Entorno Abierto

Boletín digital
de la Sociedad Aragonesa
«Pedro Sánchez Ciruelo»
de Profesores
de Matemáticas

Número 13
Noviembre de 2016

II Jornada de Educación Matemática en Aragón

Los días 3 y 4 de febrero de 2017 la Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas celebrará en la Facultad de Educación de la Universidad de Zaragoza su II Jornada de Educación Matemática en Aragón. Contaremos con diferentes bloques de actividades:

Conferencias plenarias

- *Matemáticas del corazón*, a cargo de Julio Sancho Rocher
- *Conectar para aprender y enseñar más y mejor. Potenciar la competencia matemática en la Educación Primaria*, a cargo de Carme Burgués Flamarich
- *Vida cotidiana de las Matemáticas*, a cargo de Miquel Albertí Palmer

Talleres

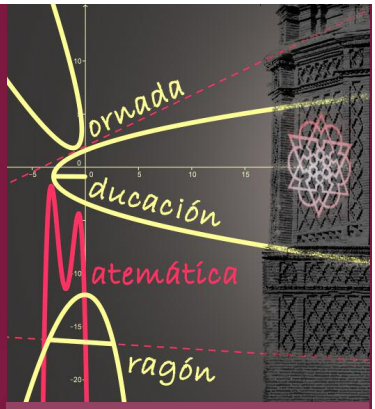
- *¿Es una estrella o un poliedro estrellado?*, a cargo de Ampar López de Briñas Ferragut
- *LaTex en Secundaria*, a cargo de Raúl López Fuentetaja
- *¿Qué Matemáticas se pueden hacer con calculadora en las aulas?*, a cargo de Daniel Vila
- *Aprender jugando: retos, pasatiempos y juegos matemáticos para Primaria*, a cargo de Ana García Azcárate
- *Resolver exámenes de Matemáticas no es fácil..., corregirlos tampoco*, a cargo de Alberto Arnal Bailera, Sergio Martínez Juste, Jose María Muñoz Escolano y Antonio Oller Marcén
- *Mosaicos no periódicos*, a cargo de Ricardo Alonso Liarte y Daniel Sierra Ruiz

Comunicaciones

Espacio abierto a todos aquellos participantes que quieran compartir sus experiencias de aula.

Ambienta la JEMA

Invitamos al profesorado asistente a mostrar actividades realizadas con alumnos: fractales, poliedros, trabajos con papiroflexia, con hilos, fotografías, maquetas, instrumentos...



Más información e inscripción en

https://sites.google.com/site/ijemaragon/

Presentación de comunicaciones y otros trabajos en

sapmciruelos@gmail.com

Actividad reconocida con 10 horas de formación por el Departamento de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Aragón

Σrio Interactivo

Ángel Ramírez Martínez
Congreso Bienal RSME2017 Zaragoza (y II)
La matemática como fuente de inspiración musical (y II)
Una actividad multidisciplinar: radionovelas matemáticas
De la Geometría Euclídea a la Hermítica
Aquel 17 de noviembre demostró, que no todo se puede demostrar
Problema 3. De naranja o de limón
¿En todas partes, Matemáticas?

únete a la SAPM
click

Ángel Ramírez Martínez

por
Óscar Carrión Lostal
(Grupo de trabajo Aula Libre de Huesca)

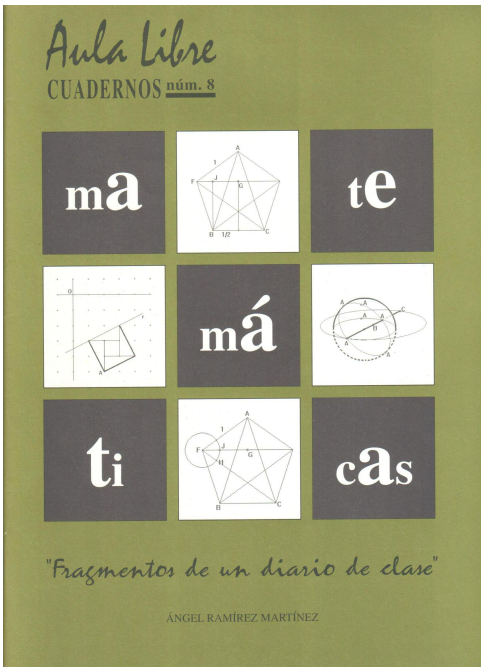
El pasado 15 de septiembre a primera hora de la mañana, cuando iba camino del instituto y a través del *whatsapp* del grupo de trabajo de matemáticas de Aula Libre de Huesca, un compañero nos informaba de que Ángel y su compañera María Jesús habían fallecido en accidente de tráfico. Nuestra incredulidad en el grupo ante tal hecho se hizo terrible cuando nos confirmaron definitivamente, a través de diferentes fuentes, como su querido sindicato CGT Huesca y Radio Huesca, que tal hecho era real, y que no estábamos siendo partícipes de una pesadilla…

Aún no recuperado de tal noticia, ese afán por indagar innato en el ser humano y confirmar lo que le dicen porque no se lo cree uno…, comprobé que el miércoles, en portada del Heraldo de Aragón, aparecía una foto impactante del accidente que tuvo lugar a la altura aproximadamente de Villanueva de Gállego, precisamente en el pueblo de las tres mentiras como nos predica el dicho…

Ironía del destino, este año íbamos a tener la primera reunión del grupo de trabajo el 8 de septiembre, pero como íbamos un poco agobiados de trabajo por ser principio de curso y puesto que, además, Ángel disfrutaba de unos días de descanso por Portugal, decidimos cambiar la fecha a la siguiente semana, que coincidió con el fatal desenlace…

Aprovecho estas líneas en homenaje a Ángel para relataros cómo surgió el grupo de trabajo que celebramos año tras año, para mejorar la enseñanza de nuestras clases de matemáticas (ya que somos los primeros críticos con nuestra profesión, a veces muy duros con nosotros mismos) de tal manera que repercuta en el aprendizaje de nuestros alumnos, que en definitiva es a quien les debemos nuestra profesión.

Era el año 2010, cuando después de ejercer unos cuantos años de interino y conocer como muchos de vosotros la variedad de la geografía aragonesa, aprobar unas oposiciones en la especialidad de matemáticas, y estar de expectativa, es cuando en el curso 2009-10 me dan como destino definitivo el IES Sierra de Guara de Huesca. Es allí donde coincido con Ángel, el cual era el Jefe de Departamento.



A través de nuestras numerosas charlas sobre la metodología que deberíamos usar para transmitir las matemáticas a nuestros alumnos del grupo de PAB que compartimos (él les daba la parte correspondiente a matemáticas y yo la parte de ciencias) se empieza a fraguar nuestra amistad, y por mi parte admiración por su compromiso en el proceso de enseñanza-aprendizaje del alumnado. Aún recuerdo como si fuera ayer cómo, una vez acababa las sesiones de clase, anotaba todo lo que ocurría en el aula en sus cuadernos, no sólo lo acontecido en el ámbito educacional, sino también en el emocional.

Él es, sin duda, el que me hizo ver lo importante que era la manipulación de materiales en las clases de matemáticas, lo que me permitió conocer una serie de recursos que yo aún no conocía en profundidad y menos cómo se debían usar en el aula, tales como: geoplanos, policubos, juegos educativos y una no menos importante, el uso de la calculadora.

Durante el siguiente curso, y dada nuestra preocupación por los alumnos que suspendían la asignatura en 1.º Bachillerato y que ya no la iban a cursar en 2.º Bachillerato, surge la idea de que hicieran un trabajo. Esto dio pie para organizar en el departamento, el seminario "Historia de las matemáticas", el germen del actual grupo de trabajo. Fue Ángel precisamente el que tomó la responsabilidad de tener las tutorías correspondientes con dichos alumnos, y el que les dirigió en su aprendizaje de historia de las matemáticas, y por supuesto hacia la superación de la asignatura.

Ya al año siguiente, y dadas las circunstancias de *interinos* de algunos de los participantes en dicho seminario, se hace extensivo a los demás centros la participación en el grupo de trabajo que organizamos, y que todavía sigue en la actualidad. La finalidad de dicho grupo de trabajo o seminario, es la realización de fichas de trabajo para nuestros alumnos, su puesta en marcha en el aula y luego discutir sobre cómo ha ido dicha aplicación en la clase, para saber qué funciona o qué debemos cambiar para sacar el mayor potencial a dicha ficha de trabajo. Este año, además de seguir con esta tarea, y debido al fatal desenlace de nuestro querido amigo y compañero, vamos a dedicar una parte del tiempo del grupo de trabajo a analizar también una gran parte de sus publicaciones, para debatirlas y crear los materiales necesarios para su aplicación al aula.

Desde aquí os animo, a aquel que esté interesado en participar en dicho grupo de trabajo que se ponga en contacto con el coordinador, que este año es Alejandro Lasaosa, a través del correo electrónico que tenemos para que lo inscriba: <aulalibrematematicashu@gmail.com>

Nos solemos reunir una vez al mes en el IES Sierra de Guara de Huesca.

También, y en colaboración con SAPM, preparamos una serie de ejercicios para la fase final de la Olimpiada de Matemáticas Estatal que se celebró en Aragón, así como una charla sobre geometría que impartió Ángel y una serie de retos que preparamos entre todos los compañeros del grupo de trabajo, para los participantes que pasaron a la fase final y que se desarrolló en el entorno de Riglos.

Además de disfrutar con la presencia de Ángel durante todos estos años, tanto de compañero de Departamento en el centro, como en el grupo de trabajo, tuvimos la gran mayoría de los que nos inscribimos en las jornadas que organizó la SAPM, el placer de escuchar una conferencia suya en las primeras jornadas que se celebraron de Geogebra en Aragón y que tuvieron lugar en el CIFE Juan de Lanuza.

Aquí os dejo algunos enlaces en donde podéis encontrar materiales de él:

Publicado por la SAPM en su página web: enlace de la Universidad de La Rioja en revistas de divulgación didáctica y científica como *Suma, Sigma, Uno,* etc.

https://dialnet.unirioja.es/servlet/autor?codigo=308776

Revista *Aula Libre* n.º 8: Matemáticas. Fragmentos de un diario de clase.

http://aulalibremrp.org/matematicas-fragmentos-de-un

Congreso Bienal RSME 2017 Zaragoza (y II)

por

Pedro J. Miana y Raquel Villacampa

(Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones-Universidad de Zaragoza;
Centro Universitario de la Defensa-Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones)

El próximo Congreso bienal de la Real Sociedad Matemática Española, RSME 2017, se celebrará en Zaragoza del 30 de enero al 3 de febrero del año 2017 en la nueva Facultad de Educación en el Campus Plaza San Francisco de la Universidad de Zaragoza.

En el artículo del número anterior de esta publicación y de los mismos autores, se presentaba el contenido científico de este congreso. Recientemente se ha recibido el reconocimiento de 32 horas en concepto de formación por la Dirección General de Personal y Formación del Profesorado del Gobierno de Aragón para el profesorado participante en este congreso. Se han aprobado cuotas de inscripción reducidas para estudiantes y profesores no universitarios para favorecer su participación.

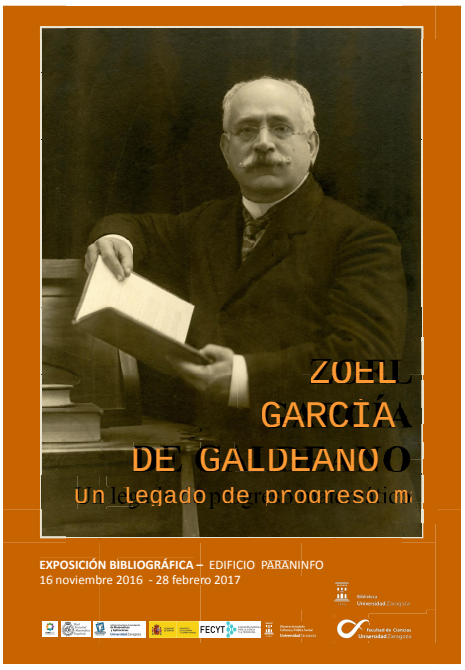
En este segundo artículo desarrollamos las actividades satélites organizadas con motivo de este evento. El Comité Organizador del congreso, apoyado por la Junta Directiva de la RSME, entendió desde un primer momento que era beneficioso abrir el congreso y ofrecer diversas iniciativas a aquellas personas con inquietudes y aficiones matemáticas. En la pestaña de Actividades de la dirección web <http://eventos.rsme.es/go/zgz2017> se puede encontrar detalles de las siguientes.

RSME2017
2ARA602A

Zoel García de Galdeano, un legado del progreso matemático

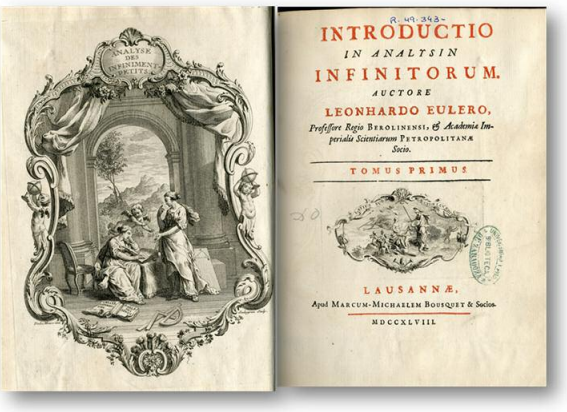
Esta exposición bibliográfica estará abierta al público del 16 de noviembre al 28 de febrero en la Sala de Lectura de la Biblioteca General de la Universidad de Zaragoza, localizada en el Edificio Paraninfo de la Universidad de Zaragoza. Consta de 40 volúmenes, seis de los fondos de la Biblioteca General, 33 del legado de Zoel García de Galdeano a la Facultad de Ciencias y una de los fondos de la propia biblioteca de la Facultad.

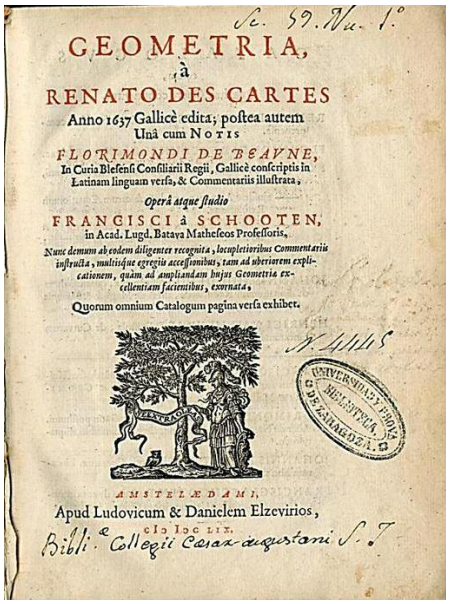
Tomando como hilo conductor la evolución de las matemáticas durante más de 20 siglos hasta el comienzo del siglo XX, se realiza un recorrido por las obras fundamentales de los grandes matemáticos de todos los tiempos: Euclides, Newton, Descartes, Euler, Galois, Riemann o Poincaré, entre otros. También se han incluido obras de matemáticos españoles como Sánchez Ciruelo, Tosca o Bails. Asimismo se pueden encontrar obras, discurso y ejemplares de las aportaciones de Zoel García de Galdeano. Se puede consultar el catálogo aquí y se ofrecen visitas guiadas para grupos de más de 10 personas.



Una segunda parte de esta exposición, centrada en su persona, se abrirá del 30 de enero al 28 de febrero de 2017 en la sala África Ibarra del Paraninfo. Se ha seleccionado una muestra de objetos personales y de la época de Zoel para mostrar la personalidad y el entorno donde vivió. Gran parte de estos objetos pertenece a la Facultad de Ciencias de la Universidad de Zaragoza, como por ejemplo La Colección de los Modelos Matemáticos en escayola y de facturación alemana. Reproducciones de periódicos de la época acompañan a su expediente académico, partida de nacimiento o la copia de su testamento.

Ambas iniciativas celebran el centenario de la toma de posesión de D. Zoel García de Galdeano como segundo Presidente de la RSME el 7 de diciembre de 1916.





Concurso de microrrelatos

Se ha convocado un concurso de microrrelatos (entre 50 y 100 palabras) matemáticos organizado por el Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones, la Sociedad Aragonesa de Profesores de Matemáticas y la RSME con la colaboración del Ayuntamiento de Zaragoza. Los microrrelatos ganadores serán impresos para su difusión pública en los autobuses urbanos de Zaragoza del 24 de enero al 7 de febrero de 2017. El plazo de entrega finaliza el 24 de noviembre de 2016 y la presentación será vía correo electrónico a microrrelatoscongresorsme@gmail.com. Véanse más detalles en las bases del concurso.

Tres tardes matemáticas

En colaboración con Ibercaja Obra Social y en el Patio de la Infanta (calle San Ignacio de Loyola,16), dentro del Programa de Educar para el Futuro 2017, se celebrarán las tardes del 31 de enero, 1 y 2 de febrero de 2017 las siguientes actividades.

La sonrisa de las matemáticas, martes 31 de enero

— 18:00-18:50 horas: Las matemáticas del Facebook, por Clara Grima Ruiz, presidenta de la Comisión de Divulgación de la RSME.

— 19:00-20:30 horas: EngañaDOS: las dos caras de la magia matemática, por Gilbert y Carlos Vinuesa, magos y matemáticos.

Empleando matemáticas, miércoles 1 de febrero

— 18:00-18:50 horas: Contráteme, soy matemático, por Enrique Zuazua (Deustotech Bilbao y Universidad Autónoma de Madrid).

— 19:00-20:30 horas: De profesión matemático (mesa redonda).

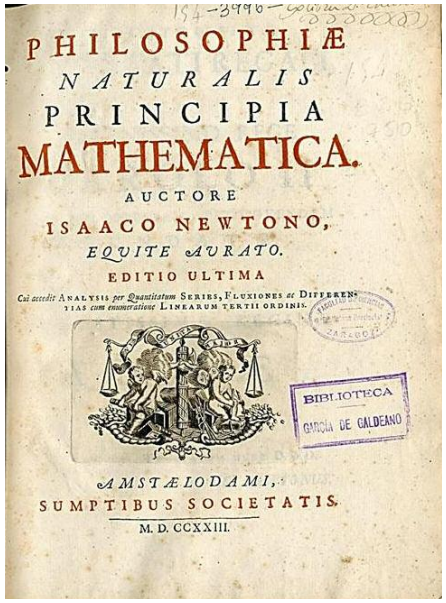
Moderadora: • María Victoria Otero Espinar. Presidenta de la Comisión Profesional de la RSME.

Participantes: • Marta Martínez Alonso. Presidenta de IBM España, Portugal, Grecia e Israel.

• Rosa María García García. Presidenta de Siemens España.

• Flora Beatriz García Mesa. Directora de Recursos Humanos Corporativa de Everis.

• Izarbe Ruiz Orduña. Responsable de Información de Gestión Interna de Ibercaja, Banco S.A.



Profesores de profesores, jueves 2 de febrero
— 18:00-20:00 horas: Atención, matemáticos en formación (mesa redonda).
Moderadora: • Raquel Mallavibarrena Martínez. Presidenta de la Comisión de Educación de la RSME.
Participantes: • Mercedes Cabrera Calvo-Sotelo. Exministra de Educación y Ciencia (2006-2009).
• Tomás Guajardo Cuervo. Director General de Personal y Formación del Profesorado, Departamento de Educación, Cultura y Deporte, Gobierno de Aragón.
• Enrique García Pascual, Decano de la Facultad de Educación, Universidad de Zaragoza.
• Onofre Monzó del Olmo. Presidente de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM).
• Héctor Almazán Anés, Secretario de Acción Sindical del Sindicato de Enseñanza de Zaragoza-CGT.

Más actividades matemáticas en la Facultad de Educación

Alrededor y durante el Congreso Bienal se organizarán en la Facultad de Educación varias iniciativas fuera del programa oficial del congreso. Comentamos brevemente las siguientes:

Exposición *Caminos Geométricos.* Autora: Ligia Unanue.
30 de enero 2017 al 28 de febrero 2017, Facultad de Educación.

Mesa Redonda *Mujeres y Matemáticas.* Comisión Mujeres y Matemáticas de la RSME
Jueves 2 de febrero de 2017, Facultad de Educación, 11:30 h.

Presentación del cómic *Dudas, axiomas y navajas suizas.* Autores: Javier Pascual, Agustín Burillo y Mario Cosculluela.
Viernes 3 de febrero de 2017, Facultad de Educación, 11:30 h.

Probablemente incorporaremos nuevas iniciativas a estas ya organizadas. Las novedades podrán consultarse en esta página web. Agradecemos a todas las personas involucradas el trabajo realizado y a las entidades y empresas patrocinadoras la confianza depositada en nosotros. Finalmente invitamos cordialmente a cualquier interesado a acompañarnos en estos días, sabedores de que su presencia ayudará a conseguir el éxito en este gran evento matemático.

Caminos Geométricos, de Ligia Unanue
Fotografía: Francesc J. García

La matemática como fuente de inspiración musical (y II)

por

Carlos Satué

Ejemplos con sistemas Lindenmayer

Un sistema L, también así llamado, es un fractal que partiendo de un mínimo conjunto de letras, reglas y un axioma da como resultado bellísimas estructuras gráficas. Los algoritmos utilizados admiten mucha variación y los resultados siempre están condicionados a las posibilidades del algoritmo. Hay que tener en cuenta que puede construirse un gran idioma con los símbolos para que su interpretación gráfica sea muy extensa. Para los ejemplos que siguen utilizo las funciones *L-Systems: ramifications & grafting* y *L-Systems: chords & structures* del programa *Campos* (Frías y Satué).

Este fractal musicalmente puede abordarse desde muchos puntos de vista. A continuación se muestra en un entorno de construcción preliminar de una pieza donde se derivan todas las grandes estructuras y procedimientos a partir de un grupo de símbolos; y dado que en esta ocasión no se necesita más que diferentes interpretaciones de ellos no es necesario convertir las cadenas de letras en gráficos. A la izquierda mostramos el conjunto de variables; debajo de ellas, en la misma tabla, las reglas o aquello en lo que deben transformarse en cada nueva iteración; a la derecha aparece el axioma del que partiremos y en el cuadro inferior el resultado tras una iteración. Este último se toma para la construcción de elementos de partida de la pieza *Quimeras*. Cada variable adopta un significado según el parámetro musical al que apliquemos el resultado: pongamos por ejemplo que en la distribución de materiales cada letra es un tipo de ellos, de forma que la primera iteración nos da el plano general de distribución de materiales en toda la obra (los símbolos «+» y «-» que se refieren a rotaciones, puesto que aquí carecen de sentido, no se toman en consideración). Si se aplica a la distribución instrumental, cada variable va a significar una determinada combinación instrumental en juego, etc. En dependencia del parámetro musical que llevemos entre manos puede llegarse a varias iteraciones, sin embargo debemos advertir que el sistema crece exponencialmente y también que las condiciones de inicio son altamente sensibles, lo que provoca, no en pocas ocasiones, que cueste encontrar unas idóneas posiciones de partida para que nos lleven a un buen y útil resultado.

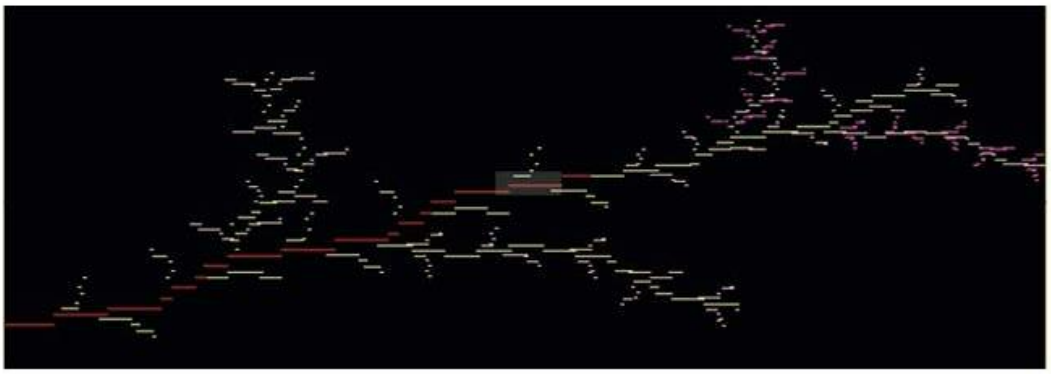
Variables:	A	B	C	D	E	F	G
Reglas:	AD	BD	CF	ABC	DEF	Libre (a)	ABCDEF

➡ Axioma: A+C-B-D+A-C-D+B-F-E+C.

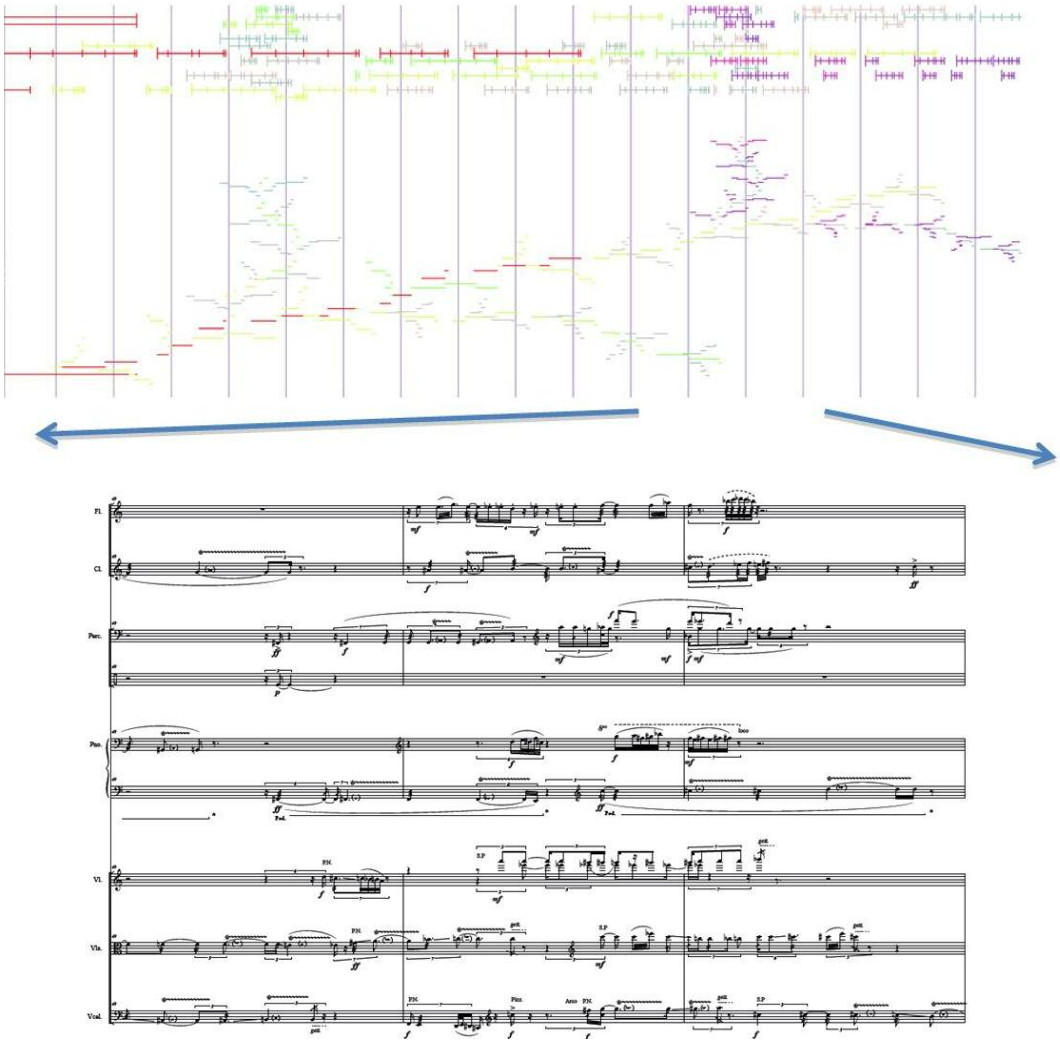
Con una iteración obtenemos la forma general:
AD+CF-BD-ABC+AD-CF-ABC+BD-libre (a)-DEF+CF

Otra forma interesante de utilizar los sistemas L es a través de convertir las cadenas de caracteres en gráficos y estos transcribirlos musicalmente en duraciones, alturas y dinámicas, tal como se muestra en la imagen que sigue y que pertenece a la sección 4 de la pieza *Tensas y rugosas huellas de espacio tiempo*. Allí se ha utilizado el significante:F+F[+F-F+F+F-F]-F[-F+F-F-F+F]+F-F y el axioma F[F]. Denominamos significante a una estructura de caracteres donde cada F del axioma será igual al significante.

Cada «F» del significante se traduce como adelantar un paso de *n* unidades en la dirección actual; «+» rota el ángulo preestablecido en *n* grados en sentido positivo; «-» igual, pero en sentido negativo; «[» abre rama y multiplica la distancia del paso por un escalar, en este caso < 1; «]» cierra la rama y regresa al punto donde se abrió retomando la escala que allí existía. Tras varias iteraciones del proceso se obtiene el siguiente gráfico.

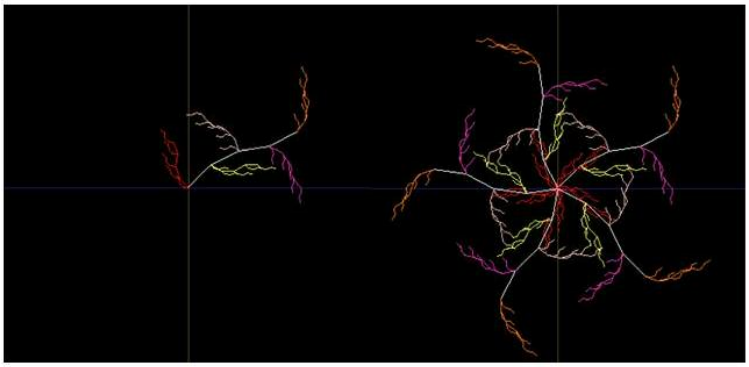


Con la ayuda del programa *Campos*© se vuelca el resultado a la partitura gráfica preparada para su transcripción a lenguaje musical tradicional y que se muestra en la imagen que sigue. Recordemos que en la parte superior de ésta tenemos las líneas instrumentales con sus correspondientes colores, que en este caso se corresponden a las distintas iteraciones y a códigos de color que se utilizan en el inicio del proceso. Estas tinciones nos permiten separar las estructuras y poderlas administrar posteriormente según las posibilidades de los instrumentos que van a recibirlas. En la segunda imagen que sigue se muestra los tres compases que delimitan las flechas en el gráfico previo una vez han sido transcritos al lenguaje tradicional y trabajados en partitura clásica.



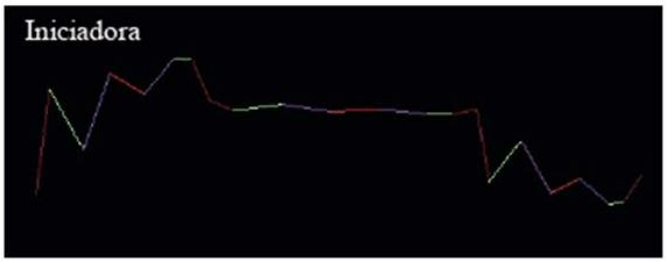
Tensas y rugosas huellas de espacio // ensemble:
https://www.youtube.com/watch?v=8U6jN6eDHQs

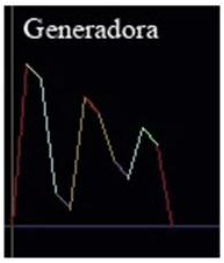
En el pequeño ejemplo que sigue, tomado de mi pieza para orquesta *Ad astra per aspera*, muestro cómo un sistema L ha sido relacionado con el grupo de simetría D5. Aquí, una estructura generada por un Sistema L (en la imagen de la izquierda), completa las posibilidades de rotación cíclica que ofrece este grupo (imagen de la derecha). Los resultados se distribuyen teniendo en cuenta un reparto instrumental que también sigue patrones relacionados con el D5.



Ejemplo de cantorizaciones

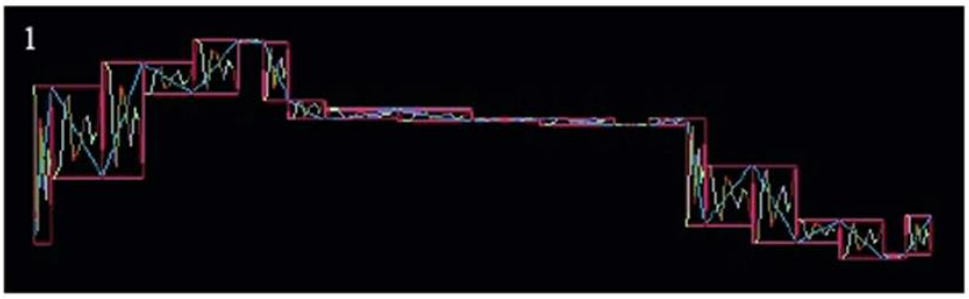
Para este tipo de construcciones utilizo la función *Fractal work-station* del programa *Campos*©. Se le da el nombre de cantorización porque este tipo de técnica parte, en cierto modo, del *Conjunto de Cantor*, aunque se ha ido mezclando con otras aportaciones. Una de ellas aparece en el libro *La geometría fractal de la naturaleza* de *B. Mandelbrot*. La idea que se toma de allí para construir un fractal parte de 2 objetos: Iniciadora y Generadora. La iniciadora actúa de molde donde la generadora tomará asiento pudiendo ambas dos coincidir. Las imágenes que siguen muestran un ejemplo de iniciadora y generadora.





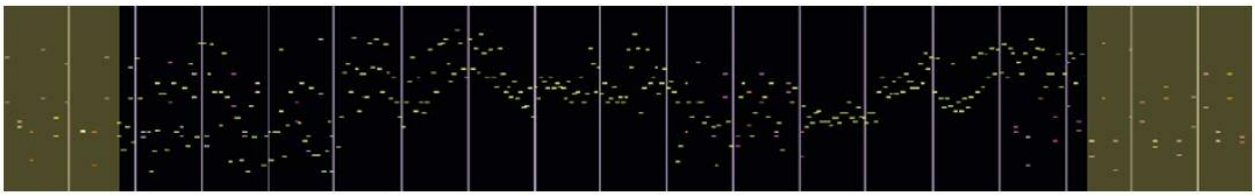
Seguidamente se muestran los rectángulos que se construyen entre cada dos puntos de la iniciadora (tomando la recta que los une como diagonal) sirviendo estos espacios de fronteras para introducir debidamente escalada la generadora. En la siguiente iteración se toma el resultado como iniciadora y se procede de igual forma. Lo que sigue es el resultado de la primera iteración utilizando los objetos anteriormente descritos.

Iteración 1



Es posible aplicar rotaciones múltiples y otros tipos de variación en el proceso con lo que se consiguen resultados muy distintos a partir de la misma iniciadora y generadora. Podríamos hacer que la iniciadora fuese una línea melódica de alguno de nosotros y la generadora un tema de Bach: ¿Cual sería el resultado?... Este procedimiento puede realizarse en capas múltiples de forma que una controle las alturas, otra las dinámicas, etc., fundiendo al final todos los mapas resultantes en una única estructura musical. Este tipo de técnica la utilizo constantemente en gran parte de mis obras, siempre con pequeños cambios que aportan frescura al procedimiento.

La imagen que sigue muestra una nube de puntos en la que confluyen varias técnicas, siendo una de ellas la que acabamos de comentar. Se trata de la representación gráfica de un tramo de la cadencia para saxofón soprano de *Laberinto de la noche*.



Laberinto de la noche // Saxophone concert small orcheschra an electronics // Video
https://vimeo.com/25022469

A continuación ofrezco direcciones de piezas disponibles en la red donde han sido utilizadas técnicas de este tipo.

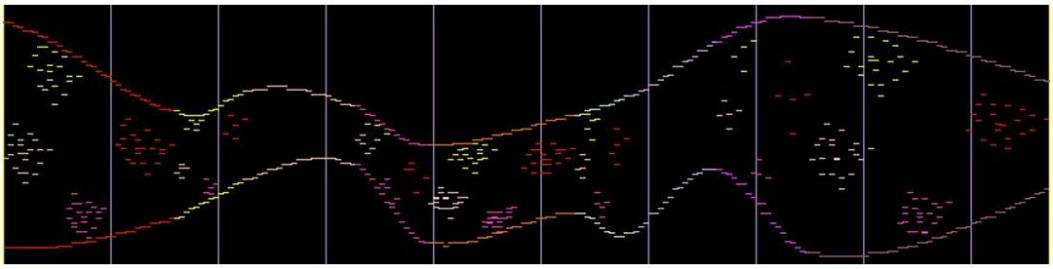
— Cinco poemas de Castro // Saxophone ,Voice and electronics// Video
https://www.youtube.com/watch?v=iRbrPd_JSHE
— Alma, buscarte has en mi// Video
https://www.youtube.com/watch?v=j6LoY9fgZ40

Otro tipo de fractal con el que he experimentado en el ámbito musical son los *I.F.S.* o Sistemas de Funciones Iteradas, y aunque no voy a mostrar ejemplos en el presente artículo sí doy una referencia en la red respecto a una pieza para orquesta donde se han utilizado *I.F.S.*

— Líneas de fuerza // Big orchestra // Video
https://www.youtube.com/watch?v=U9IOsrwjUZ4

Ejemplo con Splines

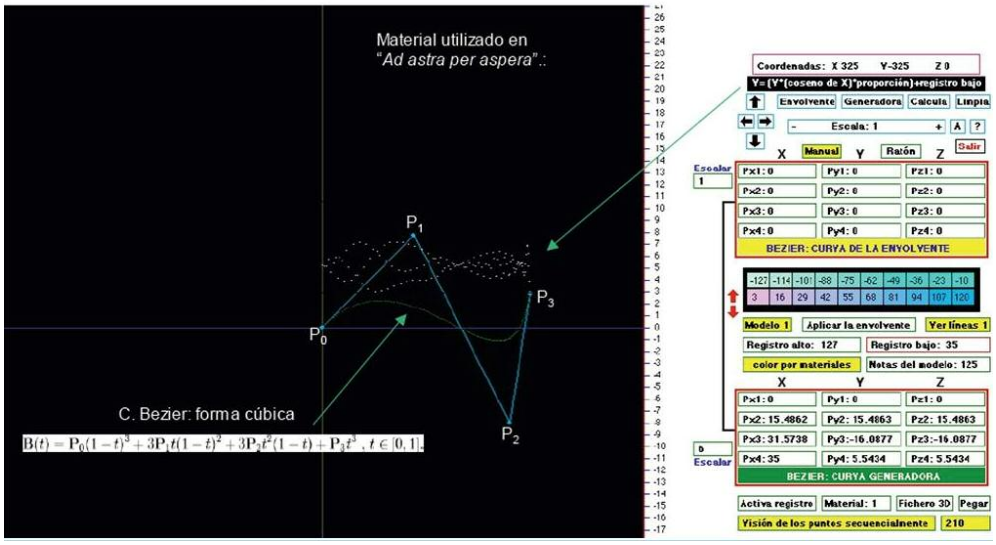
Se trata de curvas diferenciables en porciones que se elaboran con polinomios de bajo grado. Los utilizo sobre todo para delimitar territorios de registro o como guías en interpolaciones entre una colección de notas. La colección de notas ha de verse como un conjunto de puntos que podrían pertenecer a una sola función. El ejemplo que sigue corresponde a un confinamiento de una arquitectura preexistente entre dos curvas de este tipo. Éstas se construyeron a partir de dos colecciones de puntos (notas): una para la curva superior y la otra para la inferior. El color de dichas curvas es cambiante e indica el dominio decada punto de la colección. Este material se utiliza en la pieza 3 del ciclo *Extraña espiral de luz*.



Siguiendo con este tipo de curvas, continuaremos con un pequeño ejemplo de curvas de *Bezier*. Este tipo de curvas las he utilizado en varias obras y siempre a partir de las funciones disponibles para ello que hay en el pro-

grama *Campos*©. Estas curvas pueden tratarse de varias formas: como generadoras de material musical en sí mismas o como, por así decir, moduladoras de otro material preexistente. En el ejemplo que sigue y que pertenece a la pieza de orquesta *Ad astra per aspera*,una función generadora produce un conjunto de puntos que se someten a una forma cúbica de curva de *Bezier* provocando, en la arquitectura primera, torsiones y deformaciones en base a la disposición de los cuatro puntos que conforman la polea. La imagen que sigue muestra el resultado de la función en el programa: de forma superpuesta aparece la forma general de estas curvas, así como la forma cúbica que utiliza el algoritmo. En la parte positiva de las abscisas tenemos la polea conformada por los puntos P_0, P_1, P_2 y P_3, la curva que genera y cómo ha transformado el conjunto de puntos generados por la función $Y_f = (Y_i * \cos(X) * e) + d$, donde «e» es un escalar y «d» un desplazamiento en ordenadas.

Forma general: $\mathbf{B}(t) = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} \mathbf{P}_i (1-t)^{n-i} t^i = \mathbf{P}_0 (1-t)^n + \binom{n}{1} \mathbf{P}_1 (1-t)^{n-1} t + \cdots + \mathbf{P}_n t^n \ , \ t \in [0,1].$



Conclusiones

Todos los modelos que vienen de la matemática son utilizables de una forma u otra en música: unos son idóneos para planificar las grandes estructuras, los procedimientos de acción, etc., tal como hemos podido intuir en los grupos de letras de un *Sistema L*; otros son excelentes para la elaboración de líneas melódicas o arquitecturas musicales concretas, debido a sus resultados picudos, cambiantes y no diferenciables como los que se producen con los fractales; otros, sin embargo, son idóneos para tratar los objetos anteriores y suavizarlos mediante contornos diferenciables o como diríamos musicalmente, extremadamente cromáticos. La interacción entre todo ello es algo mágico, pues todo proceso va dejando su huella en los resultados. La búsqueda y experimentación en música con todo tipo de modelos que ofrece la matemática es un vasto territorio en el que se han adentrado grandes compositores desde mediados del pasado siglo. Por otra parte el aumento de la potencia de cálculo en ordenadores personales ha favorecido la modelización y el fácil tratamiento de los datos hasta un nivel inimaginable años atrás y ello ha contribuido a cambiar radicalmente la forma de percibir la música, tanto la elaborada con procedimientos que utilizan la matemática, como la propia música escrita por los grandes clásicos.

Referencias bibliográficas

Aunque algo antiguas, quisiera dar algunas referencia bibliográficas que fueron significativas para mí.

J. Barrallo Calonge: *Geometría fractal: algorítmica y representación*. Ediciones Anaya Multimedia, 1993.

M. de Guzmán, M.A. Martín, M. Morán, M. Reyes: *Estructuras fractales y sus aplicaciones*. Labor Matemáticas, Editorial Labor, 1993.

E.N. Lorenz: *The essence of chaos*. Traducción al castellano de F. Paez de la Cadena: *La esencia del caos*. Editorial Debate, 1995.

B. Mandelbrot: *The fractal geometry of nature*. Traducción al castellano de J. Llosa: *La geometría fractal de la naturaleza*. Metatemas 49, Tusquets Editores, 1997.

P. Smith: *Explaining Chaos*. Traducción al castellano de A. Resines y H. Bevia: *El caos: una explicación a la teoría*. Cambridge University Press, 2001.

I. Xenakis: *Musiques formelles. Nouvaux principes formels de composition musicale*. Editions Richard-Masse, 1963.

I. Xenakis: *Musique. Architecture*. Traducción al catalán de A. Bofill: *Música. Arquitectura*. Antoni Bosch Editor, 1982.

Una actividad multidisciplinar: radionovelas matemáticas

por
Daniel Sierra Ruiz
(IES Zaurín, Ateca)

Este 2016-2017 es el quinto año de funcionamiento del programa *Conexión Matemática* y gracias al esfuerzo de muchas personas va creciendo año a año. Empezó girando casi exclusivamente en torno a unas pocas semanas matemáticas. Sin embargo, la SAPM ha querido desde el primer momento armar una estructura en torno al programa, que vaya creciendo y profundizando. Es en ese marco en el que hay que ubicar el concurso de radionovelas matemáticas. La idea surgió de una experiencia previa de Ricardo Alonso, uno de los coordinadores del programa. Ricardo hizo durante muchos años un programa de radio sobre matemáticas en Onda Cero Calamocha. En alguna ocasión él mismo preparó alguna radionovela matemática para su programa de radio. En la reunión que tuvimos con el departamento de educación para organizar *Conexión Matemática* en el curso 2013-2014, les planteamos la posibilidad de organizar un concurso de radionovelas matemáticas. La verdad es que lo acogieron con frialdad. No viene al caso el proceso, pero decir que después de varias reuniones y correos electrónicos pudimos poner el concurso en marcha.

¿Qué es una radionovela matemática?

El concepto es claro. Se trata de grabar una historia al estilo de las antiguas radionovelas. Eso sí, de una forma u otra el texto ha de tener que ver con las matemáticas: bien sea en los personajes, en la trama… Se trata de que los alumnos elaboren un guión que luego han de grabar dramatizándolo e incluyendo los sonidos y/o músicas que crean apropiadas. Para el concurso ponemos algunas condiciones: el número de personajes que intervienen en la radionovela no será superior a 4, incluido el narrador, caso de que lo hubiese (esto es por cuestiones económicas) y la duración de la radionovela está comprendida entre 3 y 5 minutos (por cuestiones prácticas).

La primera edición

Al convocar la primera edición no sabíamos cómo iba a funcionar pues era un tipo de concurso que nunca se había organizado. Como novatos, cometimos algunos errores. Ese primer año contamos con la colaboración de Onda Cero. El contacto lo establecimos a través de la emisora de Calamocha, que demostraron un gran compromiso con la actividad, cosa que no ocurrió con Onda Cero Aragón. Planteamos dos categorías: escolar y general. La escolar fue una categoría única en la que participaron desde primaria hasta bachillerato lo cual, como pudimos comprobar, fue un error. La general estaba abierta al público en general y se trataba de presentar el guión de una radionovela. Esta categoría supuso un pequeño fracaso, en parte porque no supimos darle la difusión adecuada. También se nos escapó incluir posibilidad de dejar el premio desierto.

La segunda edición

Para la segunda edición nos centramos en la categoría escolar, separando en dos categorías: primaria y secundaria, dejando fuera bachillerato. También conseguimos el apoyo de AragónRadio, la radio autonómica, que se involucró bastante: lo sacaron varias veces en directo, prepararon una web solo para este tema, tenían una cuña publicitaria…, e incluso estuvimos una vez en la televisión. La entrega de premios fue en sus instalaciones y también hubo

presencia televisiva. Fue un acto bastante agradable, con buena presencia de familiares. Por cada categoría hubo tres radionovelas finalistas y una ganadora. Además de la visita guiada por las instalaciones de la televisión y radio públicas, se entrevistó en directo a los ganadores. El entusiasmo mostrado por Ana Segura y su trabajo, fueron, sin duda, los catalizadores del éxito que tuvo esta convocatoria.

Ana Segura haciendo la visita guiada a la emisora a finalistas y ganadores

La tercera edición

Si en la primera edición recibimos 37 trabajos, en la segunda fueron 70. Este incremento, exitoso a nuestro modo de ver, nos animó a seguir con la iniciativa un tercer año. Claro, también contamos con la necesaria e imprescindible colaboración de la radio pública autonómica. Mantuvimos el formato y las categorías, por lo que las cifras de trabajos presentados anduvieron parejas a las de la edición anterior; se trataba, sobre todo, de asentar el concurso. AragónTelevisión si añadió una novedad el día de la entrega de premios; en la entrevista al equipo ganador de secundaria se dramatizó un pequeño fragmento de la radionovela, como podemos ver en el siguiente enlace:

http://sapmatematicas.blogspot.com.es/2016/05/ganadores-del-iii-concurso-de.html

Los ganadores de la segunda edición en la categoría de secundaria entrevistados por Javier Vázquez

La edición de este curso

Para este curso 2016-2017, ni nos lo cuestionamos: entendemos que la actividad está consolidada, así que seguimos adelante, con el apoyo garantizado de AragónRadio. Este soporte nos ha impulsado a retomar la categoría general. Pensamos que con una buena difusión esta modalidad puede alcanzar unas cotas de participación mayores que en la primera ocasión. Pretendemos, así, continuar con la divulgación de las matemáticas más allá del ámbito escolar. Con lo que respecta a las categorías *tradicionales,* confiamos en que se incremente la participación dado que el concurso empieza a ser cada año más conocido.

Los ganadores de la tercera edición (primaria y secundaria)

Toda la información referente a esta cuarta edición, la forma de inscribirse y las bases se puede encontrar tanto en la página web del programa como en la de Aragón Radio (se puede acceder haciendo clic en las imágenes).

Enfoque multidisciplinar

En las tres primeras ediciones, el jurado puntuó tres apartados: los contenidos matemáticos, la calidad literaria y la realización técnica. En esta última edición hemos añadido la narrativa radiofónica. Esto obliga a enfocar la actividad desde un punto de vista multidisciplinar, que ha sido uno de nuestros objetivos desde desde el primer momento. En nuestra opinión la elaboración de una radionovela obliga a los alumnos a poner en funcionamiento, al menos, tres competencias: matemática, lingüística y tecnológica. Por otra parte, estamos bastante acostumbrados a que desde otras asignaturas se planteen actividades y nos pidan a los de matemáticas que nos incorporemos al proyecto *para hacer las cuentas* (entiéndase); en este caso, sería justamente al revés.

En el caso de secundaria, esta multidisciplinariedad obliga a varios profesores a trabajar en común.

Por el contrario, en primaria se puede considerar un proyecto coordinado por un solo profesor que lo trabaja desde distintos puntos de vista. Tenemos un ejemplo muy claro de este tipo de actuación en primaria en la primera edición. Un pofesor del CEIP Alfonso I de Tauste presentó tres radionovelas bajo el título general de *Los electromates*, y, en cada una de ellas, trataban conceptos distintos. Estas las podemos escuchar en la página del programa:

http://catedu.es/conexionmatematica/?page_id=618

En esta primera edición, tenemos otro ejemplo que nos parece ilustrativo. Desde el IES Zaurín de Ateca se presentó una radionovela con los alumnos de la UIEE (especialidad de cocina). La profesora de Lengua, Montse Rodríguez, se quiso presentar al concurso pues también tenía los conocimientos técnicos necesarios. El profesor de matemáticas le hizo una selección de temas y textos. El trabajo presentado se puede escuchar en el siguiente enlace (*Anécdotas Matemáticas*):

http://catedu.es/conexionmatematica/?page_id=618

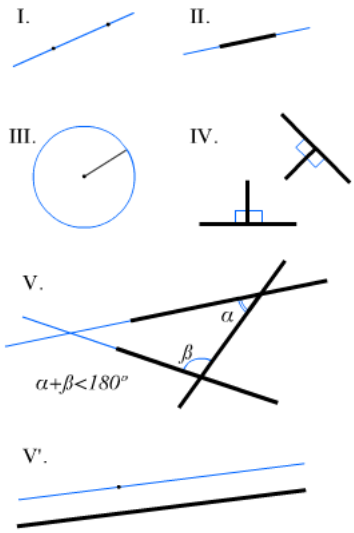
El alumno que hace de Descartes fue sancionado porque en una clase de cocina escupió en una tortilla que luego deberían haber puesto a la venta. Sin embargo, en la dramatización muestra otra cara bien distinta. Aunque se lo tomaron en serio, luego dijeron que no les había gustado la experiencia para la frustración de la profesora. Obviamente, sí les gustó aunque nunca lo van a reconocer en su papel de malos del instituto. Su nivel curricular es de primaria y de madurez posiblemente también aunque habitualmente utilicen un lenguaje poco adecuado. ¿Se trabajó la asignatura de Matemáticas? Posiblemente no. ¿Lengua o Tecnología? Quizá tampoco. Lo que sí que parece claro es que se trabajaron otros valores y otras actitudes que, a lo mejor, colaboraron a que su autoestima subiera un poco. Si fue así, misión cumplida.

De la Geometría Euclídea a la Hermítica

por
ADELA LATORRE
(Universidad de Zaragoza)

El estudio de la Geometría es algo habitual en las aulas de primaria y secundaria. Desde pequeños nos enseñan unos conceptos básicos y sencillos, normalmente basados en la propia intuición, que nos ayudan a desenvolvernos en el mundo real, como que la distancia más corta entre dos puntos es la línea recta o que dos rectas paralelas nunca se cortan. Estas ideas se basan en los llamados *axiomas de Euclides,* que fueron la base de la Geometría durante cientos de años:

i. Por dos puntos diferentes pasa una sola línea recta.
ii. Un segmento rectilíneo siempre puede ser alargado.
iii. Dados un centro y un radio, estos determinan una única circunferencia.
iv. Todos los ángulos rectos son iguales.
v. Si una recta corta a otras dos de manera que los ángulos interiores que se forman a un lado de la recta secante suman menos que dos ángulos rectos, entonces las dos rectas se cortan al alargarlas por ese mismo lado.



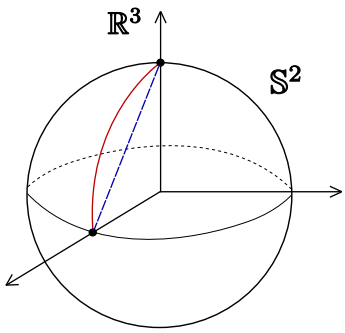
Fuente: Wikipedia

Además, este quinto postulado se puede enunciar equivalentemente como:

v'. Por un punto exterior a una recta se puede trazar una única paralela.

Parece evidente que todos ellos se cumplen en nuestro espacio tridimensional habitual, ¿pero estamos realmente seguros? Pensemos en la Tierra. Según Euclides, para ir de Zaragoza a Sydney por el camino más corto... ¡necesitaríamos cavar un túnel! Claramente, esta no parece la mejor opción.

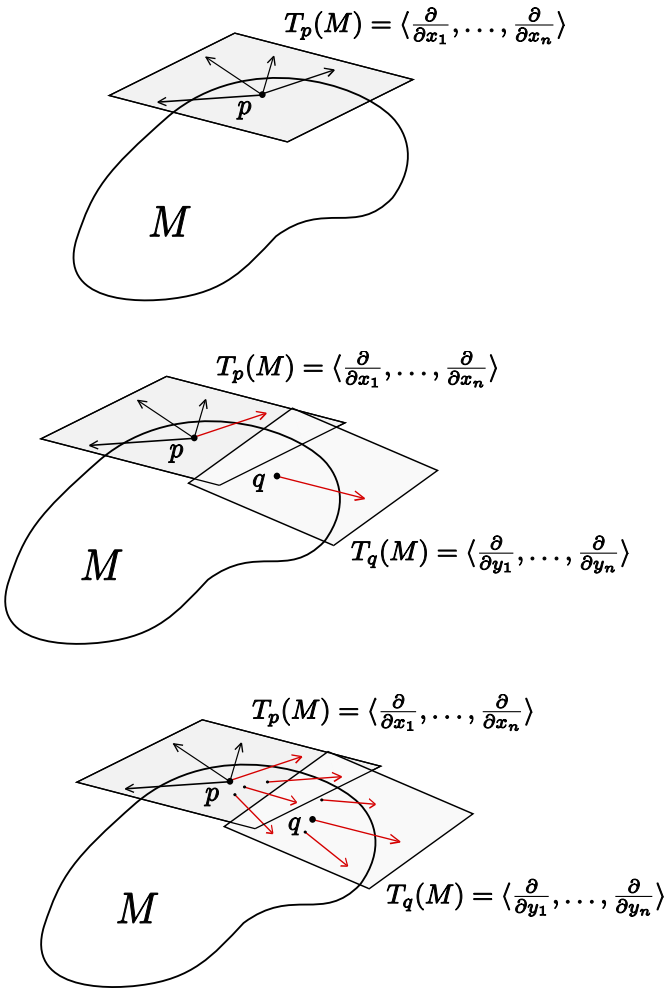
El problema reside en pensar que estas dos ciudades son puntos de $\mathbb{R}^3$, sin tener en cuenta que en realidad están situadas sobre la superficie de una esfera $\mathbb{S}^2$ que no es posible atravesar. Es decir, para desplazarnos de un lugar a otro la coordenada altura/profundidad no juega ningún papel. Sin embargo, tampoco es posible asumir que estamos en un plano, ya que la Tierra no lo es. La Geometría Diferencial da el marco adecuado para entender este tipo de situaciones.



En esta rama de las Matemáticas ya no se trabaja directamente en $\mathbb{R}^m$, sino en espacios que localmente se parecen a $\mathbb{R}^m$. Esto es, para ir de casa al trabajo es posible asumir que estamos en $\mathbb{R}^2$ pero no si queremos visitar Australia. Estos espacios reciben el nombre de *variedades diferenciables* y aunque su definición está basada en una idea local, existe toda una teoría que nos ayuda a estudiarlas globalmente.

En cada punto de una variedad diferenciable de dimensión m podemos considerar el espacio tangente, que es isomorfo a $\mathbb{R}^m$. De entre todos los vectores contenidos en este espacio, elegimos uno y hacemos lo mismo en cada uno de los espacios tangentes a los distintos puntos de la variedad. No obstante, no todas las posibles elecciones son de utilidad. Nos in-

teresa que al hacer la construcción se cumpla que al pasar de un punto p a otro punto q lo suficientemente próximo, el vector elegido en p varíe suavemente hasta encajar con el elegido en q:



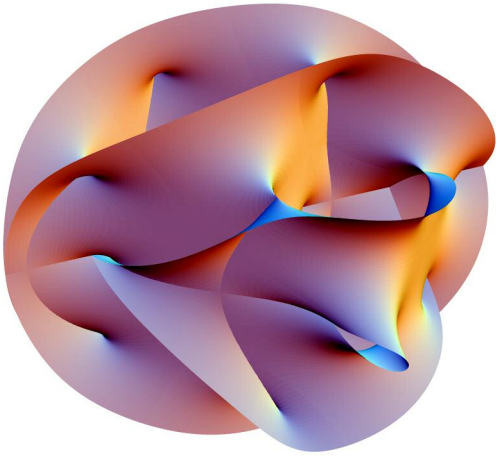
Cuando tal condición se cumple para todos los puntos, obtenemos lo que se conoce como un *campo de vectores diferenciable.* Los objetos con los que trabajamos son precisamente estos, pues nos permiten mirar la variedad en su conjunto de una manera bastante cómoda y manejable. De hecho, las *métricas* pasan a definirse sobre el conjunto de los campos de vectores diferenciables de la variedad dada, y no directamente sobre la variedad. El concepto de *línea recta* se sustituye por el de *geodésica,* y se alcanzan resultados tan bien conocidos como que los caminos más cortos en la esfera $\mathbb{S}^2$ vienen dados por circunferencias máximas, que son aquellas determinadas por el corte de la esfera por cualquier plano que contiene a su centro. Este tipo de Geometría, llamada Riemanniana en honor al conocido matemático alemán, ha jugado un papel fundamental en el siglo XX. Entre algunos de sus logros, cabe destacar el haber proporcionado la base matemática adecuada para el desarrollo de la Teoría de la Relatividad, según la cual la luz se movería por el universo a lo largo de geodésicas.

Ahora bien, hasta ahora hemos manejado objetos reales, ¿pero qúe pasa si entramos en el ámbito de la Geometría Compleja? Resulta que es posible definir el concepto de *variedad compleja* de una manera análoga al de variedad diferenciable, solo que sustituyendo $\mathbb{R}$ por $\mathbb{C}$. Aunque estas dos nociones de variedad puedan parecer independientes, lo cierto es que están íntimamente ligadas. Al igual que todo número complejo $a + bi$ nos proporciona dos números reales a y b, toda variedad compleja de dimensión n admite estructura de variedad diferenciable de dimensión $m = 2n$. La primera cuestión que surge es evidente: ¿es también cierta la otra implicación? Esto es, ¿toda variedad diferenciable de dimensión par admite estructura de variedad compleja? Aquí es donde todo empieza a complicarse. Sin ir más lejos, se sabe que las esferas $\mathbb{S}^2$ y $\mathbb{S}^4$ se pueden ver como variedades complejas,

pero no aquellas $\mathbb{S}^m$ con $m \geq 8$ par. Para el caso de $\mathbb{S}^6$ el problema está en un punto muy interesante, ya que algunos resultados recientes afirman que sí [4] mientras que otros apuntan a que no [2]. La comunidad matemática todavía no se ha puesto de acuerdo acerca de cuál es la respuesta correcta. Volviendo a la cuestión general que hemos planteado, se sabe que la clave reside en construir un endomorfismo $\mathcal{J}$ en el conjunto de los campos de vectores diferenciables que cumpla $\mathcal{J}^2 = -id$, siendo id la identidad, junto con una condición extra dada por el Teorema de Newlander-Nirenberg. De hecho, gracias a este teorema toda variedad compleja de dimensión n pasa a estar dada por un par $(M, \mathcal{J})$, donde M es una variedad diferenciable de dimensión $2n$ y $\mathcal{J}$ es una aplicación del tipo que hemos descrito y que recibe el nombre de *estructura compleja*. Así, la construcción de estas $\mathcal{J}$ constituye el paso previo al estudio de las variedades complejas.

Pasemos ahora al tema de las métricas. Puesto que M es una variedad diferenciable, podemos tomar una métrica Riemanniana sobre ella. Sin embargo, esta no tiene por qué ser compatible con la estructura de variedad compleja que induce $\mathcal{J}$. Cuando tal compatibilidad se da, la métrica también puede verse en términos complejos y entramos así en la rama de la Geometría Hermítica. Una parte importante de esta área consiste en buscar métricas de este tipo que cumplan determinadas condiciones adicionales. Con esto, separamos el conjunto de las métricas Hermíticas en distintas clases como *Kähler, balanced, SKT, Gauduchon generalizadas*… algunas de las cuales juegan un papel fundamental en ciertos campos de la Física Teórica, como la Teoría de Cuerdas [7]. Además, no solo interesan cuestiones relativas a la existencia de dichas métricas, sino también las relaciones que pueda haber entre ellas.

Una parte importante de la investigación que estamos llevando a cabo en Zaragoza se enmarca en este ámbito de la Geometría Compleja. En el caso de mi tesis doctoral [5], nuestro punto de partida fueron las llamadas *nilvariedades,* variedades diferenciables N que poseen muy buenas propiedades gracias a su peculiar estructura. Como se ha podido apreciar con el ejemplo de las esferas, resulta que la construcción de estructuras complejas no es una tarea fácil. Sin embargo, el problema puede simplificarse en el caso de las nilvariedades cuando se consideran aquellas $\mathcal{J}$ de un tipo especial llamado *invariante.* Estas estructuras han sido ampliamente estudiadas en nilvariedades de dimensiones 4 y 6 (ver [1], [3], [6], entre otros), pero las técnicas empleadas no pueden aplicarse a dimensiones mayores. Por este motivo, en la tesis se desarrolló un nuevo procedimiento que permitió construir todos los pares $(N, \mathcal{J})$ con N de dimensión 8 y $\mathcal{J}$ invariante, consiguiendo así un extenso abanico de variedades complejas hasta ahora desconocidas. A partir de ellas se estudiaron varios tipos de métricas Hermíticas, obteniendo resultados bastante sorprendentes en cuanto a propiedades y coexistencia entre ellas. Esto nos ha llevado a seguir analizando a día de hoy otros aspectos de estos espacios, con la esperanza de poder dar respuestas a otras preguntas y conjeturas que aún siguen abiertas en este campo.



Las variedades Calabi-Yau son variedades complejas que admiten metricas Kähler
Fuente: Wikipedia

Referencias bibliográficas

[1] A. Andrada, M.L. Barberis, I. Dotti, «Classification of abelian complex structures on 6dimensional Lie algebras», *J. Lond. Math. Soc. (2)* 83 (2011), no. 1, 232–255 [Corrigendum: J. Lond. Math. Soc. (2) 87 (2013), no. 1, 319–320].

[2] M. Atiyah, *The non-existent complex 6-sphere,* arXiv:1610.09366 (2016).

[3] M. Ceballos, A. Otal, L. Ugarte, R. Villacampa, «Invariant complex structures on 6-nilmanifolds: classification, Frölicher spectral sequence and special Hermitian metrics», *J. Geom. Anal.* 26 (2016), no. 1, 252–286.

[4] G. Etesi, *Explicit construction of the complex structure on the six dimensional sphere,* arXiv:1509.02300 (2015).

[5] A. Latorre, *Geometry of nilmanifolds with invariant complex structure,* Tesis doctoral, Universidad de Zaragoza, 2016.

[6] S.M. Salamon, «Complex structures on nilpotent Lie algebras», *J. Pure Appl. Algebra* 157 (2001), no. 2-3, 311–333.

[7] A. Strominger, «Superstrings with torsion», *Nuclear Phys. B* 274 (1986), no. 2, 253–284.

Aquel 17 de noviembre demostró, que no todo se puede demostrar

por
Christian H. Martín Rubio
(IES Parque Goya, Zaragoza)

Efemérides matemáticas para usar en el aula podemos encontrar diariamente. Basta con introducir esa cuestión en un buscador de internet para encontrar varias páginas donde se recogen. O simplemente hacerte seguidor en *facebook* o en *twitter* de DivulgaMat, con lo que a lo largo del día irás recibiendo diferentes aniversarios a los que se pueden ir haciendo referencia en clase.

Algunas de ellas son más usadas en la docencia, como por ejemplo el 14 de marzo, *Día de pi*. Esta fecha está construida desde fuera de la historia de las matemáticas, y posiblemente podríamos haber encontrado una en la historia real que nos permitiera un mayor contenido para ese día. Pero aunque construida artificialmente por el físico Larry Shaw en 1988 a partir de la forma usada por el calendario americano para escribir las fechas, cumple el cometido para el cual la usamos: buscar un motivo para poder dedicarle algunas actividades complementarias a la comprensión de los números irracionales y a las propiedades de las circunferencias, señalando en nuestra vida cotidiana su presencia o, incluso, creando un *merchandising* propio que nos permita divulgar y acercar los contenidos matemáticos a la ciudadanía en general y a nuestro alumnado en particular. Y funciona. En mayor o menor medida ha traspasado las fronteras norteamericanas y ha llegado a las aulas de casi todos los países e incluso, en alguna ocasión, a los medios de comunicación generales, como el eco de este último 14 de marzo en el periódico *El País*[1].

El objetivo de este artículo es proponer una fecha, con pretensiones mucho menores que la anterior, pero con un objetivo análogo. No se pretende utilizarla para acercarnos a un contenido matemático en particular, sino para poder hablarles a las alumnas y a los alumnos de las Matemáticas. Así, en mayúsculas. No quedarnos solo en la explicación de los resultados minúsculos que cada día intentamos insertar en sus mentes, necesarios pero no suficientes, parciales y en muchos casos desunidos, sino comentarles, en una jornada y con un ejemplo, cómo se construyen realmente las matemáticas a lo largo de la historia, cómo trabajamos y la imperfección propia, como actividad humana que es, de este proceso. Y sobre todo que no todo está demostrado, ni mucho menos, que tienen su espacio de trabajo si ellos y ellas quieren dedicarse a esto, que tal vez ciertos descubrimientos les están esperando. En definitiva buscar una forma de que un día, a comienzo de curso, cuando aún el temario no aprieta tanto, intentemos transmitirles una visión más global y humana de nuestra disciplina a un estudiantado completamente alienado[2] en el estudio de ella.

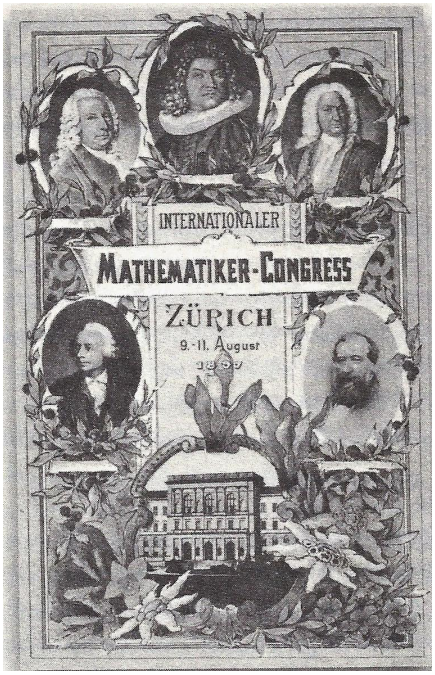
Pues bien, el 17 de noviembre puede ser una fecha propicia para todo esto. Sintetizando la historia que justifica el por qué de esta fecha en un párrafo, podemos situar el comienzo en el II Congreso Internacional de Matemáticos, en París, el 8 de agosto de 1900, cuando David Hilbert (1862-1943) sube al estrado y enuncia unos pocos problemas —en la charla, diez, y posteriormente al distribuir el texto completo en francés, una lista con veintitrés —que ilustran lo que piensa que será el futuro de las matemáticas, junto a esa frase tantas veces repetida después:

> […] Existe un problema; busca su solución. Uno puede encontrarla por la pura razón pues en matemáticas no existe *ignorabimus* (no sabremos).[3]

Unos pocos años más tarde, en 1930, un joven de 25 años llamado Kurt Gödel (1906-1978) demuestra, por medio de sus famosos *teoremas de incompletitud*, que no todo se puede demostrar, que hay cosas bien construidas, de las que nunca podremos decir si son verdaderas o falsas y la solución no consiste en añadirlas como axiomas, porque entonces aparecen otras nuevas; además la consistencia de esos sistemas no pueden probarse dentro de ellos mismos. El artículo recogiendo su resultado llega el 17 de noviembre a la revista *Monatshefte für Mathematik und Physik*[4] para su publicación y por lo tanto, en ese momento se convierte en público para toda la comunidad matemática, lo que supone un mazazo para ésta.

La anterior es una síntesis excesiva. En las próximas líneas la vamos a desarrollar más, pero no es tanto la pretensión de este escrito hacer un recorrido histórico por los hechos de esta «historieta de las mates» —de la que existe mucha bibliografía accesible con todos los datos—, sino presentar diferentes temas que se pueden tratar en esta efeméride propuesta y aportar algunos datos que nos permitan iniciar un resumen para llevar a clase.

Podemos comenzar por donde señalábamos: los Congresos Matemáticos. Evidentemente, la mayoría de nuestro alumnado desconoce[5] que una parte del trabajo en matemáticas se produce en el encuentro con otros *colegas* y en el trabajo colectivo que en ellos o a partir de ellos, se hace. Pues bien[6], el primer Congreso se celebró en 1897, entre el 9 y el 11 de agosto, en la Escuela Politécnica Confederal de Zúrich. Fue un grupo de 21 matemáticos los que mandaron una carta dirigida a otros 2.000 matemáticos del mundo, de 12 países, invitándoles a participar en un encuentro presencial ya que la mayoría de los investigadores, aunque habían leído artículos de otros, no se conocían personalmente y, a lo sumo, se habían intercambiado algunas cartas. Se dividió en cinco secciones, de las cuales tres están presentes en los libros de nuestros alumnos. Estas eran: Aritmética y Álgebra; Análisis y Teoría de funciones; Geometría; Mecánica y Física Matemática; Historia y bibliografía. Entre los participantes aparece un solo español presentando una comunicación, precisamente de nuestra Universidad de Zaragoza, D. Zoel García de Galdeano, que también aparece registrado en los seis siguientes[7], en todos como comunicante excepto en Heildelberg.



El siguiente Congreso es al que ya hemos hecho referencia. En 1900, en París se celebraron tres acontecimientos. El principal fue la Exposición Universal (las actuales Expo) del cambio de siglo, cuyo emblema fue la inauguración de la torre Eiffel[8]. El segundo, mucho menos conocido, se desarrolló como parte de esa Expo y fueron los Juegos Olímpicos, las II Olimpiadas. Y el tercero y último, fue el II Congreso Internacional de Matemáticos. En él, nos encontramos con la conferencia de Hilbert[9] y la presentación de los 23 problemas —realmente 22— que marcarían la investigación de los años posteriores. Comenzó la conferencia con toda una declaración de intenciones:

> ¿Quién de nosotros no se alegraría de levantar el velo tras el que se oculta el futuro; de echar una mirada a los próximos avances de nuestra ciencia y a los secretos de su desarrollo durante los siglos futuros? […] ¿Qué nuevos métodos y nuevos hechos descubrirán las nuevas centurias en el amplio y rico campo del pensamiento matemático?[10]

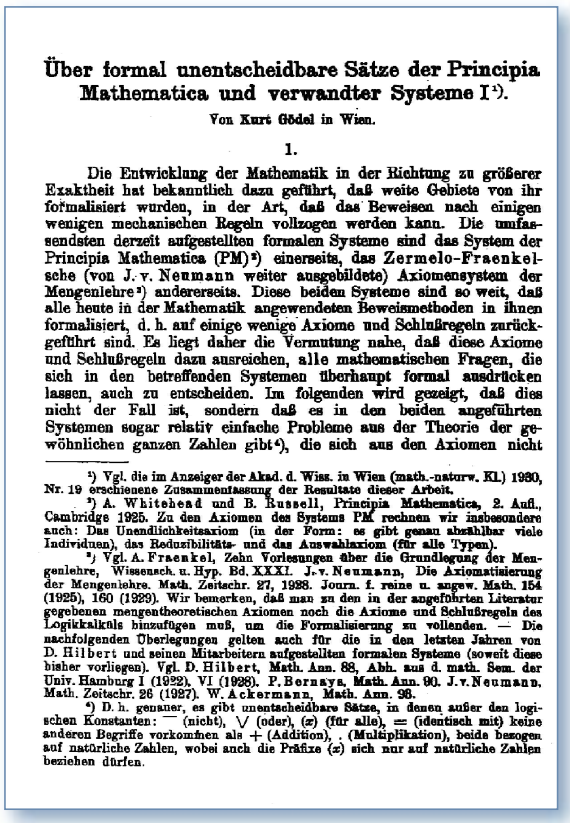
Y para desvelarlo elige una serie de problemas, difíciles pero no inaccesibles, que serán una fuente de placer resolverlos y a la vez que inspirarían teorías y nuevos campos de investigación, que demuestran que la disciplina está viva, superan la diferencia artificial entre matemática pura y aplicada y propone como forma de solución un método basado en el rigor, que partiendo de un número finito de hipótesis, en un número finito de deducciones, nos lleve a la conclusión[11]. Termina con la famosa frase, a la que hacíamos referencia, de

que «[…] en matemáticas no existe el *ignorabimus*». Hilbert, además de plantear temas para el debate en el aula como qué es lo que consideramos como un problema difícil, lo que nos representa es la autoconfianza científica de la época: todo se puede saber y demostrar.

Los Congresos Matemáticos prosiguen hasta la actualidad, celebrándose cada cuatro años, excepto los saltos de 1912 a 1920 y de 1936 a 1950. La última edición fue en 2014 la XXVII edición, celebrada en Seúl y la próxima, en 2018, se celebrará en Rio de Janeiro.

Otros dos temas que podemos desarrollar en el aula a partir de estos Congresos son las distinciones matemáticas y la existencia de revistas matemáticas como forma de trabajo más cotidiana. Respecto a lo primero simplemente señalar que la medalla Fields[12] es presentada en el congreso de 1932, en Zúrich y en el congreso siguiente, 1936 en Oslo, se concedieron las dos primeras medallas. Con respecto al segundo tema, recordar que las sociedades matemáticas y sus revistas datan de 1864, la de Moscú; 1865, Londres; 1872, Francia; 1883, Edimburgo; 1884, Palermo… Pero esto da para otros tantos artículos.

Pasemos a tratar ahora al otro protagonista de esta *historieta*: Kurt Gödel. De él hay decenas de libros y referencias, así pues nos permitiremos, en espera de dedicarle un artículo, hacer un repaso somero por su biografía[13]. Nace en 1906 y a los pocos años, en 1914, sufre unas fiebres reumáticas de las que nunca se considerará curado y que le harán desarrollar una profunda hipocondría en el futuro. El año de 1930 es el año en que recibe su doctorado y el año en que presenta sus *teoremas de incompletitud*[14]. Como decíamos al comienzo, el 17 de noviembre envía su artículo «Über formal unentscheidbare Sätze der *Principia Mathematica* und verwandter Systeme» («Sobre proposiciones formalmente indecibles en *Principia Mathematica* y sistemas afines») a la revista *Monatshefte für Mathematik und Physik*, que lo publicará en el número 38 y que supone el fin de los días felices de las matemáticas[15]. En 1940 y después de tres viajes a Norteamérica entre 1933 y 1939, él y su esposa Adele, se van definitivamente allí, en un largo viaje de dos meses. Se instalan en Princeton, donde pasarán el resto de su vida, consiguiendo la nacionalidad norteamericana en 1948[16]. La muerte de Gödel en 1978, es también muy conocida. Tras la hospitalización de Adele, él, que ha desarrollado una paranoia sobre una conspiración para envenenarlo, se despreocupa de su propia salud —como tantas veces a lo largo de su vida— dejando de ingerir alimentos. La causa del fallecimiento fue «Desnutrición e inanición provocada por transtornos mentales».



Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I[1]).

Von Kurt Gödel in Wien.

1.

Die Entwicklung der Mathematik in der Richtung zu größerer Exaktheit hat bekanntlich dazu geführt, daß weite Gebiete von ihr formalisiert wurden, in der Art, daß das Beweisen nach einigen wenigen mechanischen Regeln vollzogen werden kann. Die umfassendsten derzeit aufgestellten formalen Systeme sind das System der Principia Mathematica (PM)[2]) einerseits, das Zermelo-Fraenkelsche (von J. v. Neumann weiter ausgebildete) Axiomensystem der Mengenlehre[3]) andererseits. Diese beiden Systeme sind so weit, daß alle heute in der Mathematik angewendeten Beweismethoden in ihnen formalisiert, d. h. auf einige wenige Axiome und Schlußregeln zurückgeführt sind. Es liegt daher die Vermutung nahe, daß diese Axiome und Schlußregeln dazu ausreichen, alle mathematischen Fragen, die sich in den betreffenden Systemen überhaupt formal ausdrücken lassen, auch zu entscheiden. Im folgenden wird gezeigt, daß dies nicht der Fall ist, sondern daß es in den beiden angeführten Systemen sogar relativ einfache Probleme aus der Theorie der gewöhnlichen ganzen Zahlen gibt[4]), die sich aus den Axiomen nicht

[1]) Vgl. die im Anzeiger der Akad. d. Wiss. in Wien (math.-naturw. Kl.) 1930, Nr. 19 erschienene Zusammenfassung der Resultate dieser Arbeit.

[2]) A. Whitehead und B. Russell, Principia Mathematica, 2. Aufl., Cambridge 1925. Zu den Axiomen des Systems PM rechnen wir insbesondere auch: Das Unendlichkeitsaxiom (in der Form: es gibt genau abzählbar viele Individuen), das Reduzibilitäts- und das Auswahlaxiom (für alle Typen).

[3]) Vgl. A. Fraenkel, Zehn Vorlesungen über die Grundlegung der Mengenlehre, Wissensch. u. Hyp. Bd. XXXI. J. v. Neumann, Die Axiomatisierung der Mengenlehre. Math. Zeitschr. 27, 1928. Journ. f. reine u. angew. Math. 154 (1925), 160 (1929). Wir bemerken, daß man zu den in der angeführten Literatur gegebenen mengentheoretischen Axiomen noch die Axiome und Schlußregeln des Logikkalküls hinzufügen muß, um die Formalisierung zu vollenden. — Die nachfolgenden Überlegungen gelten auch für die in den letzten Jahren von D. Hilbert und seinen Mitarbeitern aufgestellten formalen Systeme (soweit diese bisher vorliegen). Vgl. D. Hilbert, Math. Ann. 88, Abh. aus d. math. Sem. der Univ. Hamburg I (1922), VI (1928). P. Bernays, Math. Ann. 90. J. v. Neumann, Math. Zeitschr. 26 (1927). W. Ackermann, Math. Ann. 98.

[4]) D. h. genauer, es gibt unentscheidbare Sätze, in denen außer den logischen Konstanten: $\overline{}$ (nicht), $\vee$ (oder), (x) (für alle), $=$ (identisch mit) keine anderen Begriffe vorkommen als $+$ (Addition), . (Multiplikation), beide bezogen auf natürliche Zahlen, wobei auch die Präfixe (x) sich nur auf natürliche Zahlen beziehen dürfen.

Como todas las nuevas ideas, las de Gödel no fueron aceptadas de inmediato, algunos matemáticos como John Von Neumann[17] quedó impresionado por el resultado, mientras que otros como Carnap, Zermelo o Perelman se le oponen. Como dato, en España, aún en 1968, Pérez Ballestar piensa que es un resultado erróneo y en 1972, Díaz Estévez, cree que ha encontrado una refutación a los teoremas[18].

Hoy, problemas abiertos sigue habiendo muchos. Puede que uno de los más curiosos, por la simplicidad de su planteamiento y por pertenecer a aquellos planteados por Hilbert, sea la *Conjetura de Goldbach*, aún sin resolver, aunque cada vez que se comenta en una clase como colofón de esta sesión, siempre hay varios alumnos y alumnas que encuentran un contraejemplo.

Dejémoslo aquí, temporalmente. Simplemente, como colofón, deseo anunciar que espero poder subir a internet material más elaborado sobre esta sesión y poder presentarlo y debatirlo en algún

otro espacio. Creo que es fundamental para nuestro alumnado que en algún momento del curso les podamos hablar de estas cosas, de un planteamiento de conjunto sobre las Matemáticas. Tal vez, alguna de las matemáticas o matemáticos llamados a proporcionar nuevos enfoques de esta disciplina, esté hoy sentada en nuestras aulas.

Referencias bibliográficas

[1] CURBERA, G. (2011) «El club de los matemáticos. Los congresos internacionales». Colección: *El mundo es matemático*. RBA Coleccionales.
[2]GRAY, J. J. (2000) «El reto de Hilbert». Ed.Crítica.
[3]HORMIGÓN, M. (1995) «Paradigmas y matemáticas: Un modelo teórico para la investigación en historia de las matemáticas». Cuadernos de historia de la ciencia, 8. SHECTAR.
[4]PEREZ, A. & COLLANTES, J. (2014) «KurtGödel: la fuerza de la lógica». SUMA, nº 77, Noviembre 2014. pp. 97-108
[5]FRESAN, J. (2008) «Gödel. La lógica de los escépticos». Colección: *La matemática en sus personajes.* Ed. Nivola.
[6]OLMOS, P. & VEGA, L. (2003) «La recepción de Gödel en España». ÉNDOXA: Series Filosóficas, nº 17, 2003, pp. 379-415.
[7]MOSTERIN, J. (2000) «Los lógicos». Ed. Espasa-Fórum
[8]DOXIADIS, A. (2005) «El tío Petros y la conjetura de Goldbach». Ediciones B. Zeta Bolsillo
[9]GRANNEC, Y. (2015) «La diosa de las pequeñas victorias». Ed. Alfaguara.
[10]ALONSO, E. (2007) «Sócrates en Viena. Una biografía intelectual de KurtGödel». Ed. Montesinos.
[11]NAGEL, E. & NEWMAN, J. R. (2000) «El teorema de Gödel» Ed. Tecnos.
[12]VEGA, L. (2002) «Venturas Reyes Prósper (1863-1922) y la introducción de la nueva lógica en España». En Asclepio, vol. LIV-2, 2002.

1 «El número pi no es 3'14». *El País* 14/03/1016 <http://elpais.com/elpais/2015/03/13/ciencia/1426279728_452492.html>.

2 Utilizo «alienación» recordando algunas lecturas de juventud en las que se hablaba de la alienación sufrida por los trabajadores en su actividad productiva y que muchas veces me ha recordado a la situación del alumnado en clase cuando solo podemos presentarles resultados parciales y apenas, a lo largo de su vida académica, les hacemos referencia a una visión global de todo ello. También vale la tercera acepción del término que da la RAE «3. Estado de ánimo, individual o colectivo, en el que el individuo se siente ajeno a su trabajo (…)».

3 [2] p. 272

4 *Revista Mensual de Matemáticas y Física*

5 Alguna vez, al preguntarles si los conocían —en 2006 se celebró en Madrid y fue bastante comentado en nuestra prensa—, nadie sabía de ellos. Seguí preguntando qué se imaginaban que podía ser eso y además del «no sabe/no contesta», una parte se imaginaba una especie de congreso tipo el parlamento español: representantes de matemáticos elegidos en unas elecciones, que legislan sobre matemáticas, decidiendo por votación la verdad o falsedad de un teorema. La verdad, así sería totalmente inexacto, pero mucho más fácil el hacer matemáticas.

6 Tomo estos datos de[1].

7 París: 1900, Heildelberg: 1904, Roma: 1908, Cambridge: 1912 y Estrasburgo: 1920. D. Zoel jugó un papel esencial en la introducción de la nueva matemática en España, para lo que, entre otras cosas, utilizó la revista matemática que él mismo fundó y dirigió, *El Progreso Matemático,* primera publicación periódica de tema estrictamente matemático de la historia de España. En esta publicación también encontramos la firma de Ventura Reyes y Prósper, uno de los considerados introductores de la lógica matemática en España.

8 En la Torre Eiffel hay una lista de científicos franceses, entre ellos varios matemáticos como Poncelet, Cauchy, Laplace, Lagrange, etc. Se encuentran en la primera línea de balcones justo encima del primer arco. Por cierto, aunque fueron inscritos en la construcción, se encuentran de nuevo a la luz a partir de 1986 que quitaron la mano de pintura que habían echado encima unos pintores de la torre despistados.

9 Casi todos los datos sobre esta conferencia están sacados de [2].

10 [2] p. 263

11 Mariano Hormigón en [3] señala tres paradigmas en matemáticas, siendo el tercero el «hilbertiano».

12 En recuerdo del matemático canadiense John Charles Fields, que había organizado el Congreso de Toronto en 1924 y propuesto la creación de un premio para matemáticos jóvenes.

13 Muchos de estos datos están obtenidos de [5], un excelente libro que cuando se publicó, el autor aún no había acabado la carrera de matemáticas.

14 Una de sus presentaciones tiene lugar en Königsberg, justo el día anterior a una charla de Hilbert. Aunque no hay constancia de que entre los dos entablaran conversación, es probable que Gödel asistiera a la charla y escuchara a Hilbert proclamar que no existen problemas irresolubles.

15 Tomo la idea del Tío Petros en [8]. Esta novela, de lectura amena, nos puede servir de apoyo a la sesión.

16 Es muy conocida la anécdota del examen de Gödel para obtener esa nacionalidad. Lo que debió ser el viaje en coche hasta el lugar del examen es una de las partes más hilarantes de [8], otra novela de lectura muy agradable.

17 Gödel recibe una carta de Von Neumann el 20 de noviembre anunciándole que él mismo, independientemente, ha descubierto el argumento que permite derivar el segundo teorema a partir del primero.

18 Todo esto está recogido en [6].

Problema 3. De naranja o de limón

por
Esther García Giménez
(IES Río Gállego, Zaragoza)

Enunciado

Tenemos tres botes opacos de caramelos. En un bote hay caramelos de limón, en otro bote hay caramelos de naranja y en el tercer bote hay mezcla de caramelos de naranja y de limón. Tenemos también tres etiquetas, una con la palabra «Naranja» otra con la palabra «Limón» y otra con la palabra «Mezcla». Cada etiqueta está colocada en un bote, pero sabemos con certeza que todos los botes están mal etiquetados. *¿Podrías indicarnos de forma razonada el número mínimo de extracciones que deberíamos hacer para poder etiquetarlos bien?*

—Un problema estimulante.
—Es una simpleza, basta con sacar un caramelo de cada caja.
—Para saber que una caja es la caja de mezcla habría que sacar más de 1 caramelo.
—Es un problema de probabilidades.
…
—¡Basta con sacar 1 caramelo!
La clave está en el enunciado: *Todas las cajas están mal etiquetadas*

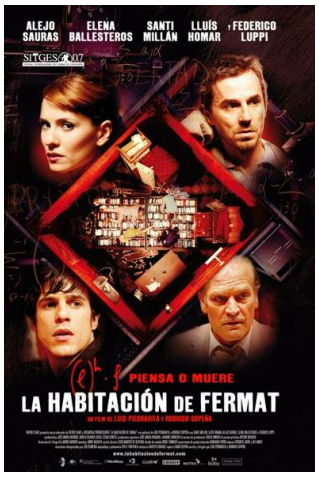


Figura 1

Al igual que los personajes de la película *La Habitación de Fermat* los alumnos de la XXV Olimpiada de Matemáticas Aragonesa se enfrentaron a este enigma dando respuestas similares a las de ellos.

¿Realmente es un problema tan sencillo como puede parecer en una primera lectura?

Tres son las claves para responder correctamente al enunciado; sabemos con certeza que todos los botes están mal etiquetados, que estos son opacos y además se pide el número mínimo de extracciones que se deberían hacer para poder etiquetarlos bien.

Recordemos que los alumnos son de 2.º curso de la ESO y pensemos en qué dificultades han podido encontrar a la hora de resolver el problema:

La primera de ellas ha sido la comprensión de la palabra *extracción*.

Algunos alumnos han entendido que debían extraer las etiquetas y colocarlas en el bote correspondiente para que así estuvieran bien etiquetados sin darse cuenta que en el enunciado lo primero que se dice es que son opacos por lo que no se puede saber lo que hay en su interior sin abrirlos aunque hay quien propone eso mismo, quitar la tapa y mirar o distinguirlos por el olor (figura 2).

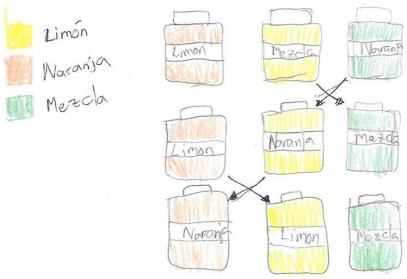


Figura 2

Otros en cambio han pensado que en una extracción se puede tomar más de un caramelo y se encuentran respuestas graciosas como que depende de hasta donde alcance a llegar la mano dentro del bote podrás saber si el bote es de mezcla o no al sacar en una extracción el mayor número posible de caramelos (figura 3).

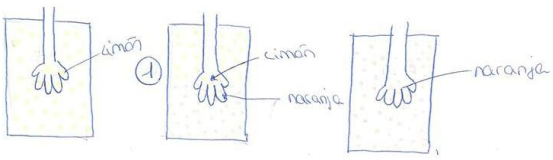


Figura 3

Por último otros han considerado que se deben extraer los caramelos que no corresponden con el etiquetado y moverlos al bote correspondiente directamente o extraer el contenido completo de uno de los botes vaciándolo y así etiquetarlos correctamente (figura 4).

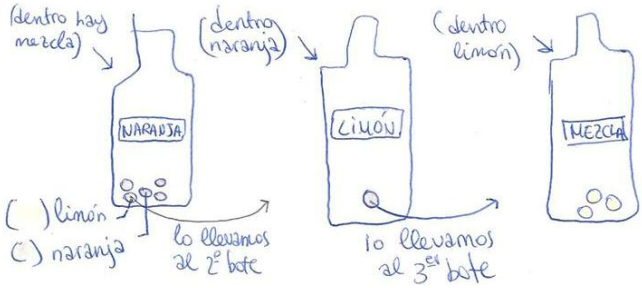


Figura 4

La segunda ha sido entender que en ningún momento se dice en el enunciado que la *composición* del bote de mezcla se haya realizado de forma equilibrada, es decir con un 50% de caramelos de cada tipo. No han sido pocos los alumnos que han considerado que se deben extraer la mitad más uno de los caramelos de un bote para saber con certeza si ese bote es el de los caramelos de naranja o el de los caramelos de limón o el mezclado (figura 5).

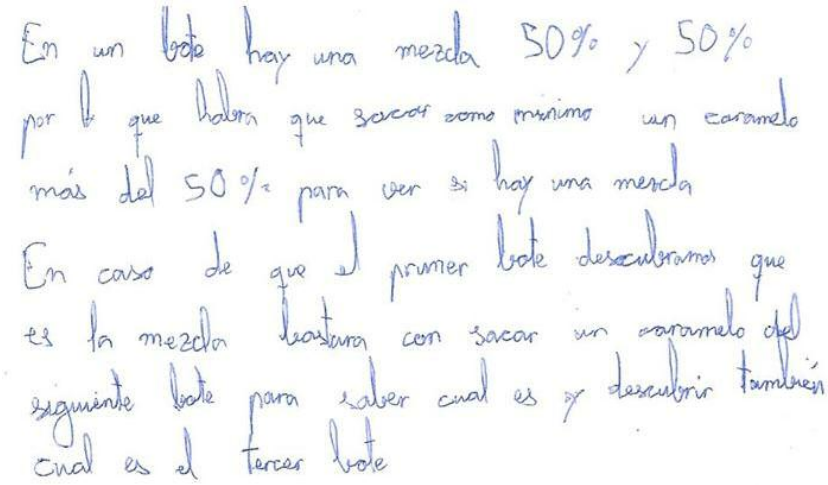

En un bote hay una mezcla 50% y 50%
por lo que habrá que sacar como mínimo un caramelo
más del 50% para ver si hay una mezcla
En caso de que el primer bote descubramos que
es la mezcla bastara con sacar un caramelo del
siguiente bote para saber cual es y descubrir también
cual es el tercer bote

Figura 5

No pocos son los que proponen probar los caramelos para conocer de qué tipo son, otros hablan de reconocerlos por su color (el más amarillento es limón, el más anaranjado naranja y la mezcla está entre esos dos colores) y alguna respuesta inesperada ha consistido en proponer el chupar los caramelos no solo una vez, sino repitiendo el proceso para asegurarse de que sabe a limón o a naranja de verdad.

Otros hablan del peso del bote de mezcla ya que consideran que será mayor al haber de los dos tipos de caramelos y otros insisten en la importancia de que en este bote estén bien «revueltos» o bien «agitados» los caramelos para poder adivinar mejor qué bote es.

La *opacidad* de los botes de caramelos también ha sido un dato que algunos de los participantes en la Olimpiada han olvidado ya que como hemos mencionado antes hay alumnos que desde el principio ya saben en qué bote están los caramelos de cada tipo u otros que solo han tenido en cuenta del ejercicio precisamente que son opacos y por ello recomiendan abrirlos y mirar en su interior.

Por último el darse cuenta de que *todos los botes están mal etiquetados* es la clave para resolver este enigma ya que es la única forma de comenzar por el bote *mezcla* y extraer de él 1 caramelo y sea del color o sabor que sea está claro que ese es el nombre que debe aparecer en el etiquetado del mismo y al no haber ninguna etiqueta colocada correctamente la etiqueta Mezcla debe ir en el bote del sabor contrario al que se ha extraído etiquetando así correctamente todos los botes (figura 6).

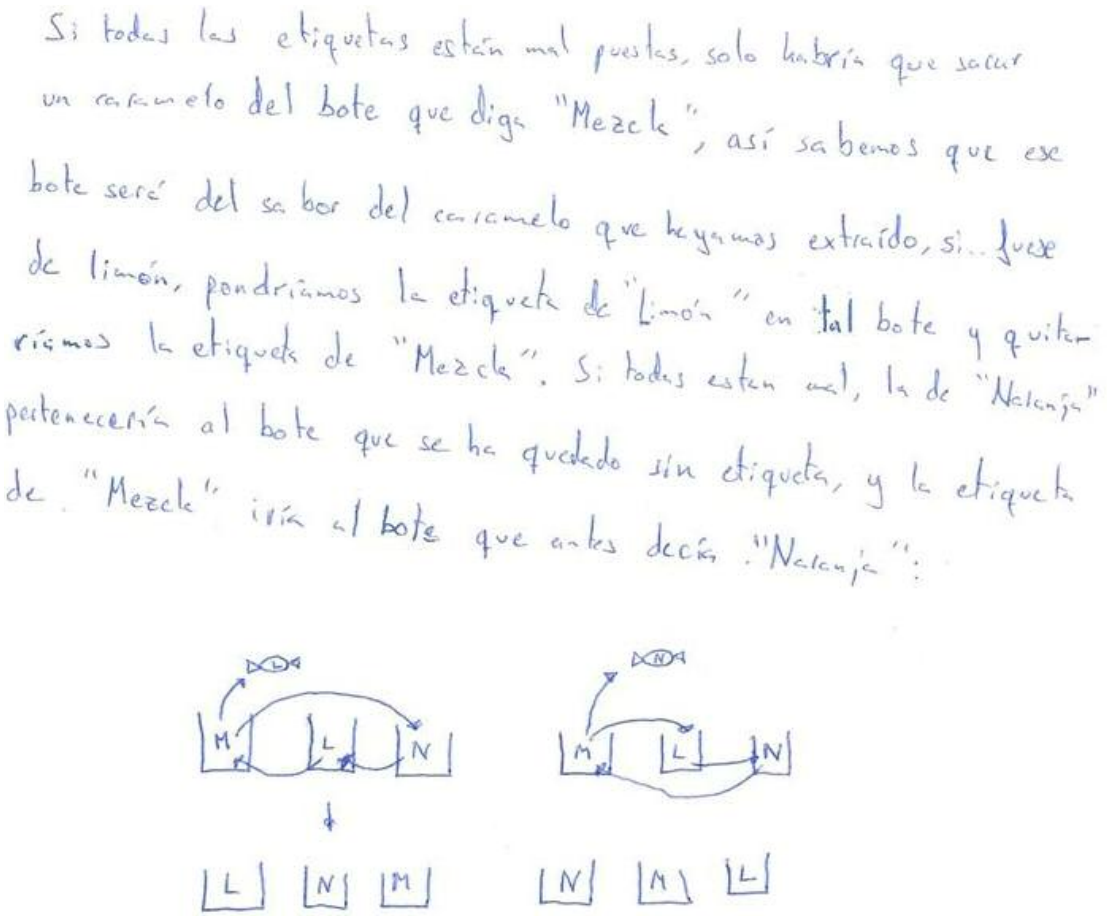


Figura 6

Muchos alumnos han comenzado su argumentación de forma correcta, pero no han tenido en cuenta que se solicita el *número mínimo de extracciones*, es decir, de caramelos, y aunque han extraído un caramelo del bote mezclado luego extraen más caramelos «para asegurarse» de responder correctamente invalidando así el resultado.

También hay que resaltar la gran cantidad de participantes que sacan 1 caramelo de cada bote y al tener que haber al menos dos sabores repetidos, etiquetan finalmente bien los mismos pero para ello utilizan 3 caramelos, que no es el número mínimo pedido.

La importancia de este ejercicio radica no tanto en llegar a la solución, aunque nos alegramos de que no sean pocos los que han llegado a la misma después de todo un proceso mental, sino en dar una *respuesta razonada* tal como se pedía en el enunciado ya que en eso consisten las Matemáticas, consisten en pensar.

Quiero recordar que no hay razonamiento descartable ni respuesta errónea siempre y cuando sean razonadas porque todas ayudan a desarrollar la capacidad intelectual y la creatividad.

Es por ello que agradezco enormemente el esfuerzo realizado por los alumnos en la Olimpiada porque nos ayuda a los correctores a entender que las mentes funcionan de muchas formas diferentes y que para acertar has debido errar a veces en el camino, pero lo importante es no rendirse.

Como dicen en esta gran película del cine español, «Piensa o muere».

¿En todas partes, Matemáticas?

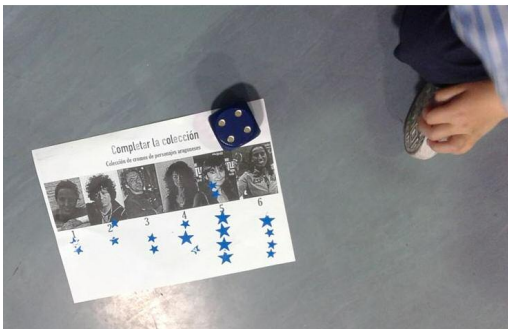
por
Ainhoa García Díaz
(CEIP San Roque, María de Huerva)

Este año por primera vez nuestro centro, CEIP San Roque, ha participado en el programa Conexión Matemática. Durante todo el curso el equipo docente ha estado inmerso en un curso de formación sobre el área para intentar crear una línea de trabajo común, a través de un camino manipulativo y reflexivo. Y es en esta nueva mirada metodológica bajo la cual se enmarca nuestra I Semana Matemática. El título de la exposición *En todas partes, Matemáticas* nos lleva a una pregunta, ¿será cierto?

Por ello, una de las actividades planteadas a toda la comunidad educativa para esa semana ha sido la de traer un objeto, imagen…, relacionada con el área. Cada clase ha podido reflexionar y comprobar la diversidad de situaciones en las que podemos encontrar las *mates:* diseño de ropa, envases, edificios, marcadores, relojes…, y es que esta es la idea que hay que trasladar a los niños en Primaria, la idea de unas matemáticas cercanas, que nos rodean, que están presentes en nuestro día a día.

Exposición

La visita a la exposición se ha abierto tanto a alumnos como a familias y en ella han podido realizar diversidad de actividades adecuadas al nivel competencial de los diferentes cursos. Además, hemos contado con la presencia de un espacio destinado a lenguaje de programación y robótica, presente como área curricular en otras comunidades. Los alumnos han podido conocer y experimentar con Bee-bot, Lego WeDo y Makey Makey.



Actividad de la exposición

Talleres

Por un lado hemos contado con los talleres incluidos dentro del programa Conexión Matemática. M.ª Ángeles y Pilar han acercado a los alumnos de primer ciclo a la tabla del cien y al juego de Mancala.

Por otro, los alumnos de 6.º de Primaria se han encargado de realizar unos talleres al resto de clases, trabajando a través de grupos interactivos el uso de la máquina enigma en Primaria y unos puzzles matemáticos en Infantil.

Para terminar, los chicos de 6.º pudieron también participar en un taller para aprender a programar con Scratch.

Jugamos con Makey Makey
y Legodad de la exposición

Cuentos Matemáticos

Y es que si las *mates* están en todas partes, también tienen presencia en la literatura. De esta manera hemos celebrado la maratón de cuentos que hacemos año tras año, pero esta vez destinada al maravilloso mundo de los números. Así es como diferentes personas de nuestra comunidad educativa, alcaldesa, bibliotecaria, familias, alumnos en prácticas del grado…, han narrado diferentes historias: *La Historia del Uno, Por cuatro esquinitas de nada* y *Las semillas mágicas.*

Música

Para animar musicalmente esta semana la megafonía del cole nos ha trasladado a bailar en un cuadrado (El baile del cuadrado), a la vez que enredamos nuestras emociones con diferentes cuerpos y figuras geométricas (estribillo de *Geometría Poli sentimental*) mientras relatamos con una gran entonación las tablas de multiplicar.

Actividades por ciclos

Además de todas estas actividades comunes a todo el centro los diferentes ciclos y niveles han realizado diversas propuestas. Desde una gymkana matemática, a elaboración de recetas, pasando por el estudio de la bicicleta y el dibujo geométrico.

Gymkana Matemática

¿Y ahora?

Al terminar toca reflexionar. Reflexionar sobre una semana donde hemos podido comprobar que como bien dice el título de la exposición, las *mates* están en todas partes. Reflexionar sobre estos días donde los alumnos, en un ambiente relajado y lúdico, se han acercado más que nunca a unas matemáticas para la vida. Y esta reflexión nos lleva a otra pregunta: ¿es posible trabajar así el resto del año? Y como todos los inicios, la pregunta guiará el resto del camino.

La semana en nuestros blogs

http://cpsanroque.catedu.es/

http://la-clase-de-laura.blogspot.com.es/

http://cpsanroque3.blogspot.com.es/2016/05/la-semana-matematica-en-6-de-primaria.html

http://cpsanroquemdh-primerciclo.blogspot.com.es/

Director: Ricardo Alonso Liarte (IES Salvador Victoria, Monreal del Campo)

Consejo de Redacción: Alberto Elduque Palomo (Departamento de matemáticas de la Universidad de Zaragoza), M.ª Ángeles Esteban Polo (CEIP Josefa Amar y Borbón, Zaragoza), Mario Escario Gil (IES Pirámide, Huesca).

Entorno Abierto es una publicación digital bimestral que se edita en Zaragoza por la Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas. *Entorno Abierto* no se identifica necesariamente con las opiniones vertidas en las colaboraciones firmadas.

Envío de colaboraciones a <sapmciruelos@gmail.com>

Blog: <http://sapmatematicas.blogspot.com.es/>

Twitter: @SAPMciruelos

Web: <http://sapm.es>

Noviembre de 2016
ISSN: 2386-8821e

BY NC SA