Entorno Abierto

Boletín digital
de la Sociedad Aragonesa
«Pedro Sánchez Ciruelo»
de Profesores
de Matemáticas

Número 23
Julio de 2018

Como no puede ser de otra forma, hay que empezar felicitando a todos los compañeros que han obtenido plaza en el proceso de oposiciones al sistema público de educación, que se ha celebrado en este último mes. Ha sido un año duro en el que han tenido que compaginar el trabajo diario con la preparación de la prueba. Sin embargo, no conviene olvidarse de aquellos otros compañeros que han tenido un curso igual de duro, pero que en estos momentos no están disfrutando la sensación de haber obtenido el fruto deseado. Muchos de ellos le han dedicado a la preparación mucho esfuerzo, tiempo e ilusión, para ver cómo sus esperanzas se venían abajo. Cuando en septiembre volvamos a coincidir en los centros, cuando nos compartan sus materiales o nos echen una mano con ese chaval *difícil*, ¿nos acordaremos de que han quedado plazas desiertas?

Este año ha habido mucho ruido mediático en torno a las oposiciones, hasta tal punto de que se han confundido hechos ocurridos en otras comunidades como si hubieran pasado en Aragón. No obstante, cada vez parece más claro que el acceso a la función docente necesita una reforma a fondo. Esta tiene que ser meditada, teniendo en cuenta a todos los actores involucrados, pero evitando en lo posible los posicionamientos basados en intereses personales. En esta ocasión el BOA decía «La segunda prueba tendrá por objeto la comprobación de la aptitud pedagógica del aspirante y su dominio de las técnicas necesarias para el ejercicio docente»; tal y como se ha desarrollado el proceso, esta segunda parte ha quedado en una simple anécdota, pues ha sido irrelevante en prácticamente todos los casos.

Este número de *Entorno Abierto* es veraniego. Como los grandes periódicos en esta época, nuestro boletín se distribuye más *delgadito* de lo habitual. Visto que ya tenemos un montón de compañeros con la tranquilidad de tener una plaza en el bolsillo, sería estupendo que empezáramos a recibir más aportaciones. Aspiramos a convertir a *EA* en un vehículo de intercambio de experiencias didácticas. Nos consta que en las oposiciones se han presentado un buen número de interesantes actividades, así que ¿por qué no las ponemos en forma de artículo y las compartimos con el resto de compañeros? Conviene recordar que el boletín tienen ISSN, como requieren los baremos de los concursos de traslados.

Y lo mismo podríamos decir de la III JEMA. A la vuelta de esta página encontraréis más información. Ojalá el espacio de comunicaciones esté repleto de esas mismas actividades mencionadas en el párrafo anterior. Ya no celebramos día GeoGebra, porque entendemos que esas experiencias tienen cabida en este *congreso* más global. Además, 2019 es año de JAEM, así que una vez cogido impulso en la jornada aragonesa, podemos seguir y presentarnos en julio en La Coruña. Unas JAEM es una experiencia difícil de olvidar. En las últimas ediciones, la presencia aragonesa ha sido bastante escasa, y ya va siendo hora de que nos dejemos oir.

Daniel Sierra Ruiz
Presidente de la SAPM

Σrio Interactivo

Programación lineal dentro del proyecto de innovación
πistorias (y paradigmas)
Orden y caos
Semana de Conexión Matemática en el CEIP Andrés Oliván

únete
a la SAPM
click

III Jornada de Educación Matemática en Aragón

Dale brillo a la JEMA

Conferencias plenarias

- *M^2 = matemáticas por matemáticas,* a cargo de Marta Macho Stadler
- *Me gustan los problemas*, a cargo de José Angel Murcia
- *Cuando la muerte se pone creativa con los matemáticos,* a cargo de Eduardo Sáenz de Cabezón

Talleres

- *«Arqueología matemática». Analizando reglas aritméticas de problemas antiguos,* a cargo de Antonio Oller Marcén
- *BlocksCAD y las matemáticas: ignición,* a cargo de Carlos Rodríguez Jaso y Pablo Beltrán Pellicer
- *Las matemáticas en los dibujos animados en infantil y primaria,* a cargo de Pablo Beltrán-Pellicer y José Mª Muñoz-Escolano
- *Calculadora científica-metodología activa*, a cargo de Maria Angeles Rodríguez Burgui
- *Criptografía desde César hasta Enigma,* a cargo de Paz Jiménez Seral y Manuel Vázquez Lapuente
- *Tocando las matemáticas,* a cargo de José Ángel Murcia
- *Operaciones básicas: Cálculo flexible basado en números,* a cargo de M.ª Angeles Esteban Polo

Comunicaciones

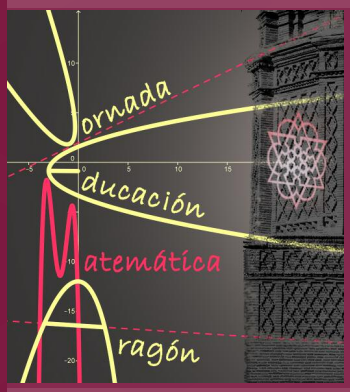
Espacio abierto a todos aquellos participantes que quieran compartir sus experiencias de aula.

Ambienta la JEMA

Invitamos al profesorado asistente a mostrar actividades realizadas con alumnos: fractales, poliedros, trabajos con papiroflexia, con hilos, fotografías, maquetas, instrumentos...

Más información e inscripción a partir del 24 de septiembre en

https://sites.google.com/site/ijemaragon



22 y 23 de febrero de 2019

Facultad de Eduación de la Universidad de Zaragoza

Presentación de comunicaciones y otros trabajos en

sapmciruelos@gmail.com

Actividad reconocida con 10 horas de formación por el Departamento de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Aragón

Programación lineal dentro del proyecto de innovación

por
Óscar Carrión Lostal
(IES Valdespartera, Zaragoza)

Ya desde hace unos cursos el Departamento de Matemáticas ha participado en el Proyecto de Innovación del centro, de forma que nos permitía tanto a los profesores como a los alumnos trabajar de una forma distinta algunos aspectos de las matemáticas, tal como quedó reflejado en algunos artículos publicados en la revista *Entorno Abierto*:

— «Semana Matemática» (número 12): <http://www.sapm.es/EntornoAbierto/EntornoAbierto-num12.pdf>.
— «Una ruta y un proyecto» (número 17): <http://www.sapm.es/EntornoAbierto/EntornoAbierto-num17.pdf>.

Las líneas de trabajo ahí expuestas estaban enfocadas sobre todo a la etapa de ESO, de ahí que el curso pasado también me planteara como objetivo trasladar dicha metodología a la etapa de Bachillerato, y más concretamente a segundo curso de la rama de Ciencias Sociales, todo un reto, ya que como bien sabemos, estamos sujetos a un currículo y a un tiempo muy definido, y además con el hándicap, de prepararlos lo mejor posible para que obtengan la máxima nota en las pruebas de acceso a la Universidad.

Dado que durante estos dos últimos cursos el proyecto de innovación implantado en el centro tenía como títulos *Línea 54 y Línea 54 (I+C)* y como objetivo acercar el centro a toda la comunidad educativa y a su entorno de los barrios de Valdespartera, Montecanal, Arcosur y Rosales del Canal, hicimos en clase una lluvia de ideas para aplicar el tema que estábamos viendo en teoría, «Programación Lineal», a dicho proyecto. De ahí surgió el siguiente *ejercicio*:

> Haz una foto área de la zona donde se ubica tu casa y el instituto a través de Google Maps, pon unos ejes de coordenadas cartesianas, utiliza una escala adecuada y pon las restricciones correspondientes para obtener una solución acotada (polígono cerrado) en los supuestos siguientes: esté tan solo el instituto, esté tan solo tu casa y estén ambos, tu casa y el instituto.
>
> Una vez encontrada la solución al ejercicio, inventa un enunciado de ejercicio donde la solución sea la misma que la anterior, y que tenga que ver con algún aspecto (comercio, industria…) de la zona.

El *desarrollo de la actividad* fue:

— Realización de los grupos de trabajo.
— Distribución de roles y del trabajo a realizar dentro del grupo.
— Buscar información en diferentes medios informáticos para obtener el plano y la escala utilizada donde se ubica el centro y las viviendas de los alumnos, a través de *Google Maps*.
— Encontrar una serie de restricciones (programación lineal) en las cuales quedara englobado el centro, las viviendas de los alumnos, y el centro y viviendas de los alumnos, de forma que el área que englobaba el centro y las viviendas de los alumnos fuera la mínima posible.
— Realizar una exposición de los resultados obtenidos por grupo en su aula de referencia y sacar las conclusiones correspondientes.

Nota: Para solucionar el ejercicio, los alumnos debían usar el programa *GeoGebra*: <https://www.geogebra.org/>.

Conclusiones de la puesta en común por grupos

— Se debe usar siempre el mismo sistema de referencia para realizar los diferentes ejercicios con la misma fotografía o imagen de Google Maps.

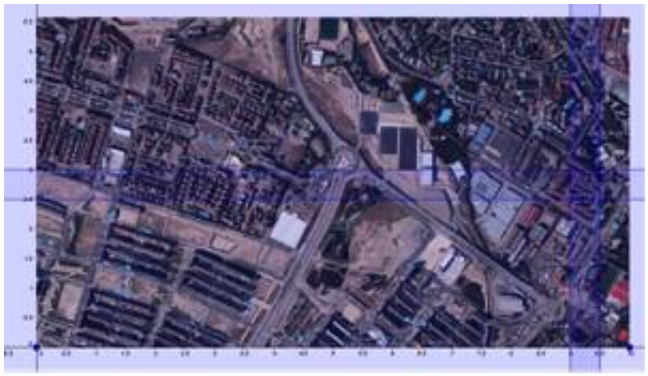
— Delimitar las zonas con figuras geométricas fáciles: triángulos, cuadrados, rectángulos o similares.
— Calcular con Google Maps una referencia de distancia entre dos puntos del plano, para obtener la escala.
— Según cómo se haya delimitado la zona u obtenido el polígono, depende el cálculo del área del mismo. Si sale una figura complicada, se debería haber troceado en triángulos y calculado sus áreas, y así sumando se hallaría el área total.
— Si se usa un sistema de referencia adecuado y se ponen restricciones, cuyos coeficientes de las rectas correspondientes sean números *manejables,* es más fácil, luego con la solución encontrada, inventar un problema con aplicación a la vida real, que tenga como solución la misma.

Algunos resultados

De los seis grupos, cuatro de ellos utilizaron las mismas fotos y ejes para realizar los tres apartados del ejercicio. Dos de ellos usaron escalas, pero tan solo un grupo calculó el área pedida, usando el factor de escala y realizando los cálculos precisos, pero equivocándose en el paso de pasar de cm^2 a m^2. Respecto a las restricciones, algún grupo utilizaba alguna restricción redundante y se dejaban las del primer cuadrante: $x \geq 0, y \geq 0$.

Todos los grupos supieron inventar un enunciado de programación lineal que tuviera como solución la encontrada en el ejercicio.

Veamos algunos resultados obtenidos por los distintos grupos:



Restricciones: $3 \geq y \geq 2{,}5$
$9 \leq x \leq 9{,}5$

Restricciones: $-4{,}33x + 1{,}29y \leq -6{,}67$
$0{,}89x + 2{,}94y \leq 17{,}85$
$1{,}01x - 0{,}28y \leq 7{,}53$
$-0{,}4x - 1{,}34y \leq -4{,}2$

Restricciones: $x \geq 0$
$y \geq 0$
$x \leq y$
$y \leq 110$
$x \geq 60$
$x + y \geq 120$
$8x + 5y \geq 450$

Restricciones: $9{,}1x + 34{,}5y \leq 913{,}3$

$2{,}6 \leq x \leq 37$

$y \geq 3{,}5$

$x + y \geq 120$

Para saber la escala, el único grupo que lo hizo, procede de la siguiente manera:

Por tanto la escala: 6/54200, es decir, 1/9033. Esto quiere decir, que un 1 cm en el plano o imagen equivalen a 9 033 cm o 90,33 metros en la realidad.

Cálculo del área del recinto:

Lado A: 4 cm; lado B: 4 cm; lado C: 6 cm.
Triángulo rectángulo: 8cm^2 sobre el plano, que equivalen a 65 276,07 m^2 en la realidad.

Ejemplos de enunciado de problemas

Nos vamos a centrar en un grupo que realizó un enunciado general para las tres situaciones, cambiando alguna condición: (notar que tenían alguna restricción redundante)

$x \geq 0$	$x \geq 0$	$x \geq 0$
$y \geq 0$	$y \geq 0$	$y \geq 0$
$x \leq y$	$y \leq 110$	$y \leq 110$
$y \leq 110$	$x \geq 60$	$x \geq 60$
$x \geq 60$	$x + y \leq 120$	$x \leq 90$
$x + y \geq 120$	$8x + 5y \geq 450$	$x + y \leq 120$
$8x + 5y \geq 450$		$8x + 5y \geq 450$

Una empresa fabricante de camisetas posee dos modelos: el modelo A y el modelo B. Por cada camiseta del Modelo A que pasa por la sección de confección, se requieren 8 botones y 5 para el otro modelo, y debido a una compra en exceso, la empresa debe gastar un mínimo de 450 botones. Además a la empresa se le ha impuesto un mínimo de 60 camisetas del modelo A y del otro modelo B, no debe superar las 110 camisetas.

El beneficio por la venta de camisetas del modelo A es de 15 euros, y 10 euros el otro modelo.

Plantea y resuelve en cada situación de tal manera que halles el número de camisetas de cada modelo que se han de vender para maximizar el beneficio.

a) Teniendo en cuenta que entre ambos modelos deben producir un mínimo de 120 unidades, y que el número de camisetas del modelo B deben ser mayores que las del modelo A.
b) Si ahora en ningún caso deben superar las 120 unidades entre los dos modelos.
c) La misma condición del apartado anterior y el máximo número de camisetas del modelo A es de 90 unidades.

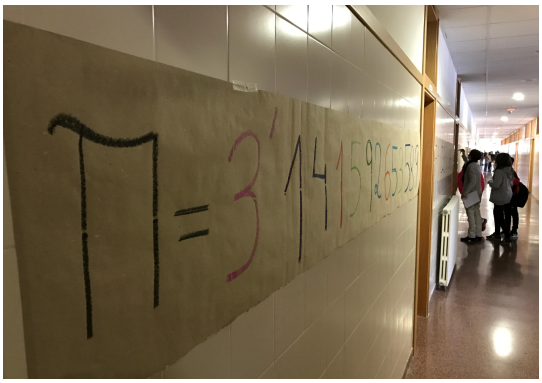
Conclusión final

Es una lástima que no se pueda trabajar de esta manera y de forma continua en segundo de Bachillerato, debido al currículo que hay que dar y al tiempo del que disponemos. Los alumnos tienen mayor predisposición para este tipo de actividades, y aprenden mucho más de la materia, ya que tienen que relacionar más aspectos de la misma, que haciendo ejercicios repetitivos *tipo* para prepararlos para la prueba de acceso a la Universidad. Muchos de ellos pierden el interés por la asignatura y no nos engañemos, así no aprenden la materia. A mi juicio, se debería cambiar el tipo de prueba de acceso a la Universidad ya que no beneficia en nada el proceso de enseñanza-aprendizaje de nuestros alumnos, ni valora la capacidad del alumno ante la materia en general.

πistorias (y paradigmas)

por
Christian H. Martín Rubio
(IES Parque Goya, Zaragoza)

Creo, o más bien me gustaría creer, que en general las personas no somos muy supersticiosas[1]. Aunque tener dos *martes y trece* seguidos puede parecer demasiada casualidad y hacer temblar al más escéptico. Eso paso este año, y cualquiera que no sea bisiesto y en febrero suceda, siendo el segundo el día anterior a la celebración de nuestro *Día de*. Pese a esos presagios, volvimos a celebrar el 14 de marzo y como quedó reflejado en medios de comunicación y en el mundo virtual, con un gran éxito. Seguro que en muchos de nuestros colegios e institutos realizamos alguna actividad[2] y basta con pasearse por las redes sociales del *Pi Day Spain* «Sin π no soy nada» para comprobar la imaginación e ilusión que esta efeméride nos provoca actualmente.



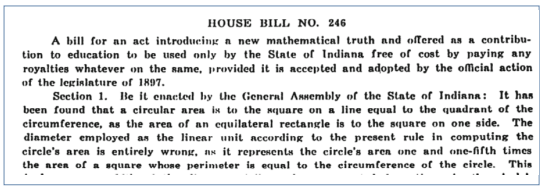
Actividad desarrollada el 14 de marzo de 2017 en el IES Parque Goya (Zaragoza)

Esta, como ya sabemos, surgió en 1988 del físico estadounidense Larry Shaw (1939-2017) en base a la forma usada por el calendario norteamericano para escribir las fechas. En el año 2009 fue el congreso de EE. UU. quien la reconoció oficialmente y haciendo gala de su (pre)potencia, decidió proclamarla como *Día Internacional de* π. El paso del tiempo le ha dado la razón, la efeméride ha ido tomando forma y se ha extendido cada vez más, traspasando las fronteras geográficas, al resto de los países, y las culturales, al resto de la comunidad. Hoy es noticia en los medios de comunicación generales, existe un *merchandising* propio y la actividad que genera es extraordinaria. Todo parece presagiar que se puede convertir en un día para salir al mundo a gritar que las matemáticas están aquí y que explican cosas. Por otro lado, el hecho que ya coincidiera con el nacimiento de Albert Einstein (1879-1955) y a partir de este año con el fallecimiento de Stephen Hawking (1942-2018), puede ayudar a covertirla en algo más, una fecha en torno a la cual se hable de la ciencia en general y su papel para el género humano.

Larry Shaw (1939-2017)

Todo esto me hizo plantearme la posiblilidad de que esta *historieta* girase en torno a π. ¿Pero qué escribir de él? Hay decenas de libros, cientos de páginas web e infinita información, mucha ya conocida en general, como demostraban varias de las actividades que ese día se desarrollaron, un número no despreciabe de ellas con cuestiones históricas de π, sobre todo *recetarios* de expresiones y tablas del cálculo desde el 2000 a.n.e. hasta la actualidad. Seguro que cualquier resumen que se recogiera, sería incompleto y no aportaría nada desconocido a la persona que lo leyera.

Por ejemplo, varias de las curiosidades sobre nuestro número son de sobra conocidas. Una de ellas es que es la única constante científica cuyo valor se ha intentado establecer por ley. Ya en la Francia posrevolucionaria de 1836, el ciudadano-científico LeComm pretendió que su valor fuera 3,25. Aunque la experiencia más divulgada es la que proviene de Indiana, Estados Unidos, en 1897, de la mano del físico Edward J. Goodwin (ca. 1825-1902) que defendía haber logrado cuadrar el círculo y persuadió a los legisladores del estado para que aprobaran una proposición de ley (la *bill* n.º 246) que en definitiva postulaba que $\pi = 16\sqrt{2}/2 \approx 3{,}232$[3]. El proyecto fue aprobado por más de un comité de la Cámara baja (incluso uno de educación al que se le remitió su

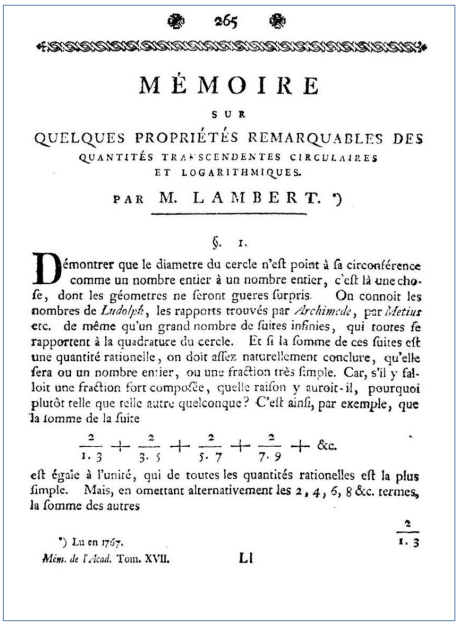

HOUSE BILL NO. 246

A bill for an act introducing a new mathematical truth and offered as a contribution to education to be used only by the State of Indiana free of cost by paying any royalties whatever on the same, provided it is accepted and adopted by the official action of the legislature of 1897.

Section 1. Be it enacted by the General Assembly of the State of Indiana: It has been found that a circular area is to the square on a line equal to the quadrant of the circumference, as the area of an equilateral rectangle is to the square on one side. The diameter employed as the linear unit according to the present rule in computing the circle's area is entirely wrong, as it represents the circle's area one and one-fifth times the area of a square whose perimeter is equal to the circumference of the circle. This

estudio) y pasó al Senado con la recomendación de que debía ser votada favorablemente, pero por suerte la presencia casual del profesor Clarence Abiathar Waldo (1852-1926) permitió que no fuese aprobada.

Otra de las anécdotas de nuestro número protagonista es la que se ha creído como su *peor* aproximación, presente en la Biblia. En los pasajes de Reyes 1: 7-23 y Crónicas 2: 4-2 aparece la descripción de un estanque o fuente del templo del Rey Salomón, que dice: «Hizo fundir asimismo un mar de diez codos de un lado al otro, perfectamente redondo; su altura era de cinco codos, y lo ceñía un cordón de treinta codos», es decir toma el perímetro como 30 y el diámetro como 10, por lo tanto nos da una aproximación de π. Esto es una creencia muy divulgada, sin embargo puede haber otra explicación. Era característico de los antiguos judíos la llamada gematria, asignarle a las letras del alfabeto determinados valores numéricos. Realizando los cálculos para la palabra *cordón*, escrita de dos formas diferentes en cada uno de los pasajes y a partir de ahí obteniendo un «factor de corrección», nos da finalmente que el valor tomado es π = 3,14150994…, una excelente aproximación para los siglos X-V a.n.e.[4]


265

MÉMOIRE
SUR
QUELQUES PROPRIÉTÉS REMARQUABLES DES
QUANTITÉS TRANSCENDENTES CIRCULAIRES
ET LOGARITHMIQUES.
PAR M. LAMBERT. *)

§. 1.

Démontrer que le diametre du cercle n'eſt point à ſa circonférence comme un nombre entier à un nombre entier, c'eſt là une choſe, dont les géometres ne ſeront gueres ſurpris. On connoit les nombres de *Ludolph*, les rapports trouvés par *Archimede*, par *Metius* etc. de même qu'un grand nombre de ſuites infinies, qui toutes ſe rapportent à la quadrature du cercle. Et ſi la ſomme de ces ſuites eſt une quantité rationelle, on doit aſſez naturellement conclure, qu'elle ſera ou un nombre entier, ou une fraction très ſimple. Car, s'il y falloit une fraction fort compoſée, quelle raiſon y auroit-il, pourquoi plutôt telle que telle autre quelconque? C'eſt ainſi, par exemple, que la ſomme de la ſuite

$$\frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \frac{2}{7.9} + \&c.$$

eſt égale à l'unité, qui de toutes les quantités rationelles eſt la plus ſimple. Mais, en omettant alternativement les 2, 4, 6, 8 &c. termes, la ſomme des autres $\frac{2}{1.3}$

*) Lu en 1767.

Mém. de l'Acad. Tom. XVII. Ll

Parémonos brevemente en una tercera, y última, curiosidad. La referente a las coincidencias inesperadas. Es conocida la presencia en los decimales de π de cualquier secuencia de números tecleados al azar o significativos para una persona, como su número de teléfono, documento de identidad o fecha de nacimiento. Pero también podemos encontrarnos con su contrario: la presencia de π en lugares insospechados, como en la construcción de la *pirámide de Kheops*: si dividimos el perímetro de su base por el doble de su altura obtenemos nuestro número con un error de 7 diezmilésimas[5]. O la que parece la forma más ingeniosa de determinar el valor de π: las agujas de Buffon. George Louis Leclerc, Conde de Buffon (1707-1788) demostró en 1777[6] que si lanzamos sobre un papel donde hay una serie de paralelas dibujadas, una aguja de longitud menor que la distancia entre esas paralelas, la probabilidad de que aquella corte a alguna de las líneas, depende de π , obteniéndose una aproximación mejor cuantas más veces se repita el experimento —con aproximadamente 3 800 lanzamientos, obtendremos las seis primeras cifras decimales—.

Dejemos las curiosidades por ahora y pasemos a su historia[7]. Si pensamos en ella hay varias ideas que inmeditamente nos emergen: búsqueda de sus decimales, método de exhaución, irracional, trascendente, cuadratura del círculo …, fácilmente podríamos establecer una estructura básica de ella. Empecemos por recordar dos de los momentos más importantes: la demostración de la irracionalidad y de la trascendencia de π. La primera fue demostrada por Jean-Henri Lambert (1728-1777)[8] en su *Mémoire sur quelques propiétés remarquables des quantités trascendentes circulaires et logarithmiques* publicado en *Histoire de L'Académie Royale* de Berlín, correspondiente al año 1761, pero editado en 1768[9]. Básicamente probó, apoyándose en los trabajos sobre fracciones continuas anteriores, que si x es un racional no nulo, entonces su tangente es irracional. Como $\operatorname{tg} \pi/4 = 1$, entonces π/4 y por tanto π, deben ser irracionales.

Ueber die Zahl π.*)

Von

F. LINDEMANN in Freiburg i. Br.

Bei der Vergeblichkeit der so ausserordentlich zahlreichen Versuche**), die Quadratur des Kreises mit Cirkel und Lineal auszuführen, hält man allgemein die Lösung der bezeichneten Aufgabe für unmöglich; es fehlte aber bisher ein Beweis dieser Unmöglichkeit; nur die Irrationalität von π und von π² ist festgestellt. Jede mit Cirkel und Lineal ausführbare Construction lässt sich mittelst algebraischer Einkleidung zurückführen auf die Lösung von linearen und quadratischen Gleichungen, also auch auf die Lösung einer Reihe von quadratischen Gleichungen, deren erste rationale Zahlen zu Coefficienten hat, während die Coefficienten jeder folgenden nur solche irrationale Zahlen enthalten, die durch Auflösung der vorhergehenden Gleichungen eingeführt sind. Die Schlussgleichung wird also durch wiederholtes Quadriren übergeführt werden können in eine Gleichung geraden Grades, deren Coefficienten rationale Zahlen sind. Man wird sonach die Unmöglichkeit der Quadratur des Kreises darthun, wenn man nachweist, dass *die Zahl π überhaupt nicht Wurzel einer algebraischen Gleichung irgend welchen Grades mit rationalen Coefficienten sein kann.* Den dafür nöthigen Beweis zu erbringen, ist im Folgenden versucht worden.

Die wesentliche Grundlage der Untersuchung bilden die Relationen zwischen gewissen bestimmten Integralen, welche Herr Hermite angewandt hat***), um den transcendenten Charakter der Zahl e festzustellen. In § 1 sind deshalb die betreffenden Formeln zusammengestellt; § 2 und § 3 geben die Anwendung dieser Formeln zum Beweise des erwähnten Satzes; § 4 enthält weitere Verallgemeinerungen.

*) Vergl. eine Mittheilung des Hrn. Weierstrass an die Berliner Akademie, vom 22. Juni 1882.

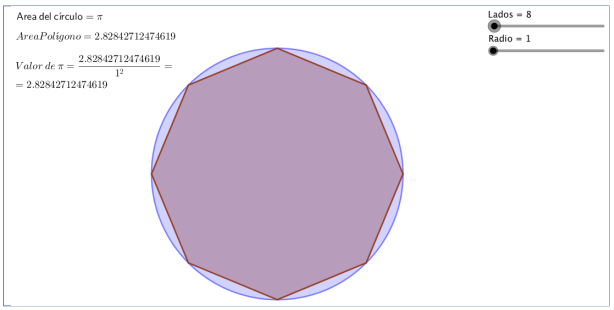
**) Man sehe die Artikel *Cyclometrie, Quadratur* und *Rectification* in Klügel's mathematischen Wörterbuche.

***) Sur la fonction exponentielle, Paris 1874 (auch Comptes rendus, t. LXXVII, 1873).

15*

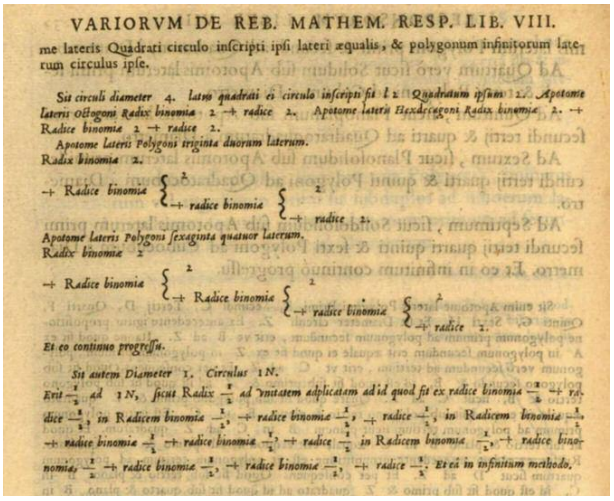
El otro momento al que hacíamos referencia es la demostración por Ferdinand Lindemann (1852-1939) en 1882 que π es un número trascendente, con lo cuál quedo completamente resuelto, de forma negativa, la posibilidad de la cuadratura del círculo con regla y compás[10]. Lindemann publicó su demostracion en su artículo *Über die Zahl* π, en *Mathematische Annalen, 20*, publicada el 15 de abril. Como dato curioso, falleció un 6 de marzo, fecha que no se va mucho de nuestro *Pi Day* y que tal vez, si se hubiera atendido a la historia de las matemáticas en lugar de al calendario americano, podría haber sustituido a nuestra actual efeméride, creo que dándole un mayor contenido.

Pero vayamos al otro aspecto más conocido: la *caza* de los decimales, poder conocer cada vez más y más decimales de este número, cosa que no ocurre con otros números irracionales. En casi todos los escritos mínimamente extensos sobre π, podremos encontrar varios cuadros, uno haciendo referencia al método geométrico utilizado por Arquímedes (287 a.n.e-212 a.n.e), inscribiendo y circunscribiendo polígonos y relacionando el número de lados con la aproximación de π obtenida[11]. En ellos podremos comprobar cómo hasta que no tenemos 14 lados, no obtenemos la primera cifra decimal y hasta los 36 lados, no se obtiene la segunda. De esa forma se lograron hasta 35 cifras decimales exactas, en 1615[12] por el aleman Ludolph Van Ceulen (1540-1610), mediante polígonos de 2^{62} lados, lo que hizo que durante varios años en nuestro continente y aún hoy en algunos lugares de Alemania, el número sea conocido como el *número ludolphino*.



Método de exhaución con Geogebra. Solo con el polígono inscrito

Esta carrera por los decimales fue continuada por los calculistas analíticos, quienes por medio de series geométricas de funciones trigonométricas consiguieron reducir la laboriosidad y a la vez aumentar la producción. De esta forma Abraham Sharp (1653-1742) obtiene 71 cifras decimales y haciéndose mayor la notabilidad de los trabajos, William Rutherford (1798-1871) en 1853, obtiene 440 cifras exactas[13].


VARIORVM DE REB. MATHEM. RESP. LIB. VIII.

me lateris Quadrati circulo inscripti ipsi lateri æqualis, & polygonum infinitorum laterum circulus ipse.

Sit circuli diameter 4. latus quadrati è circulo inscripti fit 1 2 Quadratum ipsum 2. Apotome lateris Octogoni Radix binomia 2 + radice 2. Apotome lateris Hexdecagoni Radix binomia 2. + Radice binomia 2 + radice 2.

Apotome Lateris Polygoni triginta duorum laterum.

Radix binomia 2.

+ Radice binomia { 2 + radice binomia { 2 + radice 2.

Apotome lateris Polygoni sexaginta quatuor laterum.

Radix binomia 2

+ Radice binomia { 2 + Radice binomia { 2 + radice binomia { 2 + radice 2.

Et eo continuo progressu.

Sit autem Diameter 1. Circulus 1 N.

Erit $\frac{1}{2}$ ad 1 N, sicut Radix $\frac{1}{2}$ ad ratitatem adplicatam ad id quod fit ex radice binomia $\frac{1}{2}$ + radice $\frac{1}{2}$, in Radicem binomia $\frac{1}{2}$, + radice binomia $\frac{1}{2}$, + radice $\frac{1}{2}$, in Radicem binomia $\frac{1}{2}$, + radice binomia $\frac{1}{2}$ + radice binomia $\frac{1}{2}$, + radice $\frac{1}{2}$ in Radicem binomia $\frac{1}{2}$, + radice binomia, $\frac{1}{2}$ + radice binomia $\frac{1}{2}$, + radice binomia $\frac{1}{2}$, + radice $\frac{1}{2}$. Et eà in infinitum methodo.

François Viète (1540-1603) publicó en 1593 su obra *Variorum de Rebus Mathematicis* en la cual representa π como un producto infinito. Esta identidad se considera la primera representación analítica.

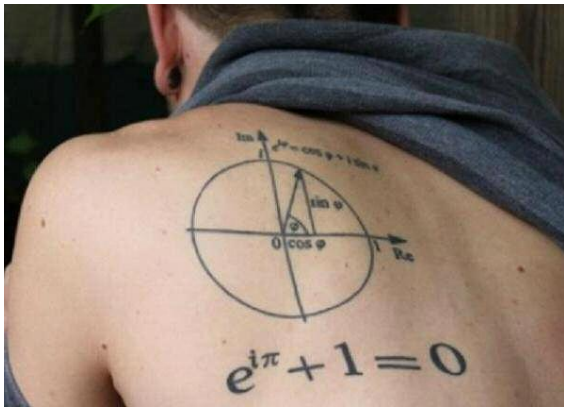
La explosión en este camino llega definitivamente con el uso de diferentes artefactos de cálculo, sobre todo con los ordenadores. George W. Reitwiesner y sus colaboradores utilizaron el ENIAC (construido entre 1942 y 1945) para evaluar 2 037 cifras decimales, en un trabajo que duró alrededor de 70 horas. A partir de entonces asistimos a un crecimiento exponencial, rompiéndose barreras en tiempo y en cifras: en 1959 se superaron las 15 000, en 1961 las 100 000 y en 1973, 1 000 000 de cifras. Sin embargo apareció un problema, los métodos utilizados para realizar operaciones aritméticas tenían sus limitaciones que no podían solventarse ni aumentando la velocidad de cálculo. La solución a este contratiempo vino de la mano de los algoritmos ideados por Srinivasa Ramanujan (1887-1920) que tras medio siglo después de su formulación permitó sobrepasar esas barreras. En 1981 se sobrepasan los 2 000 000 y cinco años más tarde se llegan a las 29 360 111 cifras. El último récord que aparece en la bibliografía consultada[14] es del 11 de noviembre de 2016, por Peter Trueb con 22 459 157 718 361 cifras decimales exactas.

Pero hay algo que se hecha de menos en esta presentación tan conocida de la historia de π y que permite sobrepasar la exposición, a veces con la impresión de ser interminable, de expresiones de este número[15]. El breve relato que hemos presentado en los párrafos anteriores, vemos que queda dividido en tres grandes periodos, caracterizados por metodologías distintas que, rascando un poco, nos llevan a concepciones distintas de las matemáticas, lo que conocemos como paradigmas. Estos, los paradigmas matemáticos, fueron enunciados por Mariano Hormigón (1946-2004) en su tesis y son un instrumento básico a la hora de acercarnos al estudio de la historia de las matemáticas. Pues bien, la historia que estamos tratando es más fácilmente comprensible desde el marco conceptual que nos proporcionan estos paradigmas. Un primer periodo donde el estudio se efectua a partir de métodos esencialmente

Paradigma Griego

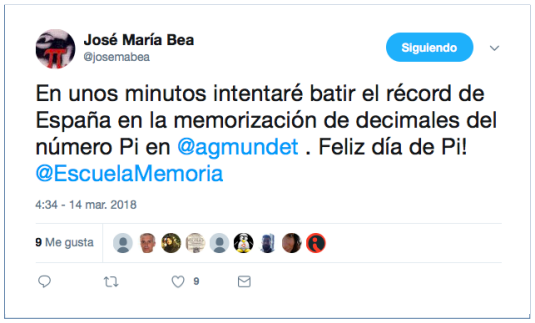
CARACTERES INTERNOS	Conceptuales	a) Los objetos deben estar bien definidos. b) Hay proposiciones bastante evidentes que no necesitan demostración.
	Instrumentales	a) Preferencia por los objetos suministrados por la geometría (ciencia príncipe) incluso en aritmética. b) Magnitudes discretas.
	Metodológicos	a) Para admitir una proposición, que no sea axioma o postulado, hay que demostrarla. b) Se establecen los métodos de demostración y se discurre sobre ellos.
CARACTERES EXTERNOS	Visualización:	Las verdades matemáticas se pueden ver o se puede imaginar razonablemente su representación. Esto conduce a otro hecho trascendental: las verdades matemáticas se establecen en el espacio físico.
	Adscripción social:	Las matemáticas (ciencia de las relaciones estables) establecen una línea de demarcación social. De entre los hombres libres, los más valiosos son los geómetras.
CARACTERES TELEOLOGICOS		El objetivo de la matemática griega es la búsqueda desinteresada de la Verdad y el cultivo de la Belleza, entendidas ambas como categorías universales.

geométricos, correspondiente al *Paradigma Griego*, seguido de un segundo periodo que se inicia con el descubrimiento del cálculo infinitesimal y caracterizado por la aplicación de métodos analíticos, correspondiente al *Paradigma Lagrangiano* y finalizado por el tercer periodo, donde la atención está dirigida a las investigaciones sobre la verdadera naturaleza de π, que preludio del *Paradigma Hilbertiano*, comparte con él sus características. Sería interesante, en un espacio más amplio y por una persona más sabia, ver que expresión tienen los caracteres internos, externos y teleológicos en esta historia en particular.

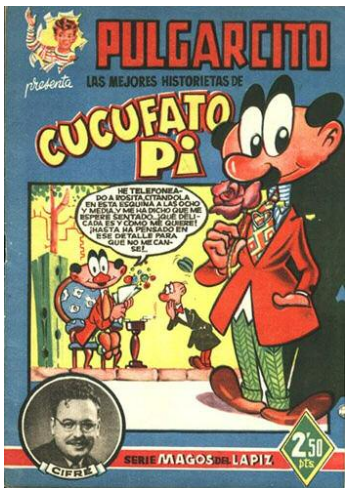


Tatuaje de la fórmula de Euler (1707-1783)

¿Y para qué tantos decimales? Si bastan cuatro para un cálculo más o menos aceptable y treinta y nueve serían suficientes para estimar el perímetro de una circunferencia capaz de abarcar el universo conocido, cometiendo un error menor a la longitud del radio de un átomo de hidrógeno, ¿qué es lo que nos lleva a seguir trabajando sobre ellos? Evidentemente, varias pueden ser las respuestas. Para las personas con una concepción internalista de nuestra ciencia, bastará con la explicación del placer de saber, de desenmascarar y solucionar, añadida al propio desarrollo de las matemáticas: la investigación sobre el número π, como otras, abre nuevas vías de investigación, que es lo que nos hace avanzar. Otras, más externalistas, somos conscientes que también avanzamos por otros procesos ajenos y entre ellos cabe destacar que cuando interesa saber algo, hay inversión y eso es una gran ayuda para que se desarrolle su estudio. En este caso, se ha convertido en un párametro que permite evaluar el funcionamiento correcto y la rápidez de numerosos elementos nuevos, desde máquinas a algoritmos, lo que hace necesario conocer más y más cosas de él.



Una evaluación *gratuita* del óptimo funcionamiento de algo en base a π, es la comprobación de nuestra memoria. En un contexto muy dado a la competición, a la superación —propia y ajena— y a la comprobación de los límites —también propios y ajenos—, además de un ejercicio fácil y sano, hecho con precaución, la memorización de cifras decimales de nuestro número aparece regularmente. Hay personas que memorizan cifras de π. Y aunque no son muchas personas, sí que memorizan muchas cifras. La última que está recogida en la *Pi World Ranking List*, una lista que reconoce a estos y estas memoristas que en su prueba han superado los controles necesarios, es el indio Suresh Kumar Sharma, que el 21 de octubre de 2015, demostró saberse 70 030 decimales! En esta lista podemos encontrarnos a seis personas provenientes de España: Victoria Cortés, que en el 2013 recitó 100 decimales; Patricia Redondo, el 2014, con 102; Mónica Redondo, el mismo año, con 104; Francisco Carlos Páez, en el 2017, con 310; Javier Moreno, el mismo año con 1 002 decimales y José María Bea González, que el *Día de π* de este año, durante veintiún minutos y cincuenta y cuatro segundos, recitó 1 010 decimales.



Quien tiene el record europeo es Daniel Tammet (1979-)[16] sinestésico que en su libro *La poesía de los números. Cómo las matemáticas iluminan mi vida*, a lo largo de diez páginas, recoge los 22 514 primeros dígitos del número pi que memorizó a lo largo de tres meses y recitó sin error durante cinco horas, nueve minutos y veinticuatro segundos en el *Día de π* de 2004, en el Museo de la Historia de la Ciencia de la Universidad de Oxford[17].

Acabamos. Pero una *historieta* hablando de π no puede finalizar sin referirnos al que creo que es el primer *Pi* que conocimos muchas: Filemón Pi. Filemón Pi Piripí, creado por Francisco Ibáñez en 1958 junto a su compañero, que en alguna ocasión también se llamó Mortadelo Pi. Y buscando información para este artículo descubrí al solterón a la fuerza Cucufato Pi, creado por Guillermo Cifré unos años antes, en 1949. Estos π tampoco son nada desdeñables.

Bibliografía

BENTLEY. P. (2008), *El libro de las cifras. El secreto de los números*, Ediciones Paidós Ibérica.

GARCÍA, S. (2017), *Un número perfecto. 28 ideas asombrosas de la historia de las matemáticas*, Ediciones Anaya Mutimedia.

GONZÁLEZ, M. y J. L. LUPIÁÑEZ (2004), «Actividades sobre el número pi con calculadora gráfica», *Suma,* n.º 46, 51-57.

GRIMA, P. (2012), «¿Es Pi un impostor?», *Suma,* n.º 70, 35-42.

HARO, M. J. y A. REDONDO,A. (2002), «Experiencias sobre la aproximación intuitiva en Geometría. Una aproximación al número pi en la ESO», *Suma,* n.º 41, 69-75.

HORMIGÓN, M. (1995), *Paradigmas y matemáticas: Un modelo teórico para la investigación en historia de las matemáticas*, Cuadernos de historia de la ciencia, 8. Universidad de Zaragoza.

NAVARRO, J. (2010), *Los secretos del número π. ¿Por qué es imposible la cuadratura del círculo?,* colección «El mundo es matemático», RBA Coleccionables.

PERALTA, J. (2004), «Una caracterización de pi obtenida al resolver un problema en clase», *Suma,* n.º 45, 59-67.

PÉREZ, A. (2008), «Ramanujan y el número pi», *Suma,* n.º 57, 105-109.

POSAMENTIEN, A., e I. LEHMANN (2006), *La proporción transcendental. La historia de π, el número más misterioso del mundo*, Ed. Ariel.

REIF, S. (1990), «El número π y su historia», *Revista de la Universidad del Valle*, vol. 1, n.º 1.

RODRÍGUEZ, M.(2000), «Las cifras de pi y el diálogo en el aula», *Suma,* n.º 33, 99-102.

STEWART, I. (2016), *Números increíbles*, Crítica, Editorial Planeta.

SORANDO, J. M. (2014), «A vueltas con Pi», *Suma,* n.º 75, 85-92.

TEMPRANO, J. (1993), «Euler y el número pi», *Suma,* n.º 13, 30-32.

TAMMET, D. (2015), *La poesía de los números. Cómo las matemáticas iluminan mi vida*, Blackie Books.

ZHÚKOV, A. V. (2005), *El omnipresente número π*, E. URSS.

1 Según la RAE: «Creencia extraña a la fe religiosa y contraria a la razón». Y no, no me voy a meter en si la definición es redundante, ya que la segunda condición engloba a la primera, o no lo es.

2 Podemos encontrar algunas de ellas reseñadas en el número 20 de *Entorno Abierto*.

3 Ofrecía su contribución como un obsequio gratuito para el uso solamente en el Estado de Indiana. Cualquier otro lugar que quisiera hacer uso de ese valor debería pagar el royalty correspondiente.

4 El proceso está explicado en [2] y [4].

5 Esto ocurre en otras pirámides. Y en algún texto se toma el lado como 232,805 m, en lugar de 230,3475 m de media, y la altura como 148,208 m, en lugar de 146,61 m. Al hacer el doble del lado dividido por la altura, obtenemos $\pi = 3{,}141598294\ldots$

6 También conocido por las agujas de Buffon-Laplace, ya que la demostración de Buffon en 1777 contenía un error corregido por Pierre-Simon Laplace (1749-1827) en 1812.

7 Se nos queda fuera la relación de pi con la poesía —y su utilización como reglas mnemotécnicas—, con la música, el cine, la literatura y el arte en general, con los deportes, su presencia en las ciencias, etc. Sin ir más lejos, en la bibliografía se puede encontrar bastante información sobre ello, pero el espacio-tiempo es finito y debemos seguir.

8 Para que la demostración fuera rigurosa faltaba un lema, el cual sería demostrado más tarde por Adrien-Marie Legendre (1752-1833).

9 Esta puede ser la razón por la que sobre esta fecha hay disparidad en diferentes textos. En algunos aparece 1761, en otros, 1768, en otros 1766 —fecha de la publicación de sus investigaciones en su tratado *Vorlaüfige Kenntnisse für die, so die Quadratur und Rektification des Zirkels suchen*— e incluso en otros lugares nos encontraremos con 1767.

10 Un número constructible, es decir los que corresponden a segmentos que se pueden construir con regla y compás en un número finito de pasos, es forzosamente un número algebraico, o lo que es lo mismo, solución de una ecuación polinómica con coeficientes racionales. Un número trascendente es precisamente aquel que no es algebraico.

11 Este método con Geogebra es muy fácil construirlo y muy didáctico en el aula.

12 En 1596 expuso sus cálculos en *Del Círculo,* donde se recogían 20 cifras decimales correctas. Siguió trabajando en ello hasta su fallecimiento en 1610 y en la segunda edición, en 1615 ya se recogían las 35 citadas.

13 En 1873 William Shanks (1818-1882) obtuvo con la utilización de este tipo de series, 707 cifras, de las cuales *solo* 527 son correctas.

14 En [3]. Santiago García Cremades tiene un programa en radio 5: *Raíz de 5* y un canal en YouTube: *Raíz de pi*. También se le puede seguir en @SantiGarciaCC

15 Aunque muy común, no es muy difícil ver otras exposiciones como la de [5], de dónde se han sacado varias de las ideas de este artículo.

16 Sorprendentemente este récord europeo no aparece en la *Pi World Ranking List*.

17 En el capítulo «El admirable número pi» de su libro, cuenta este hecho y su relación con el número pi.

PALEXCO
A Coruña

3 a 6 julio 2019

JAEM 19

UN ATLÁNTICO QUE SUMA

CONVOCA: Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas

ORGANIZA: AGAPEMA

COLABORAN:

GOBIERNO DE ESPAÑA
MINISTERIO DE EDUCACIÓN, CULTURA Y DEPORTE

XUNTA DE GALICIA
CONSELLERÍA DE CULTURA, EDUCACIÓN E ORDENACIÓN UNIVERSITARIA

Deputación DA CORUÑA

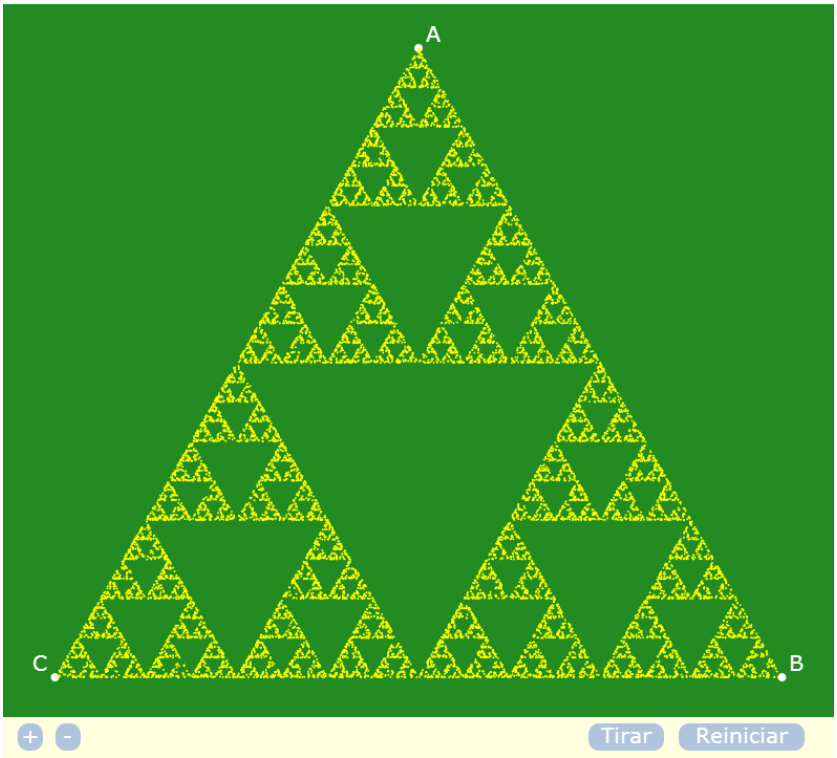
Ayuntamiento de A Coruña
Concello da Coruña

Orden y caos

por
Pedro Latorre García
(CPEPA Marco Valerio Marcial, Calatayud)

Leyendo el currículo de ESO he encontrado en el bloque de contenidos *Procesos, métodos y actitudes en matemáticas* de 1.º y 2.º curso el estándar de aprendizaje *Est.MA.1.6.5. Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia*. Ha sido una agradable sorpresa descubrir que la simulación, en mi caso a través de las TIC, está contemplada en la normativa. Por otra parte, me parece un objetivo excesivamente ambicioso, tanto para llevarlo a cabo por el profesor, como para exigirlo a nuestros alumnos. Hasta cierto punto está bien que el currículo sea idealista, pero llega un momento que su cumplimiento mínimo resulta una utopía y nos obliga a realizar una evaluación hipócrita o incluso falsa.

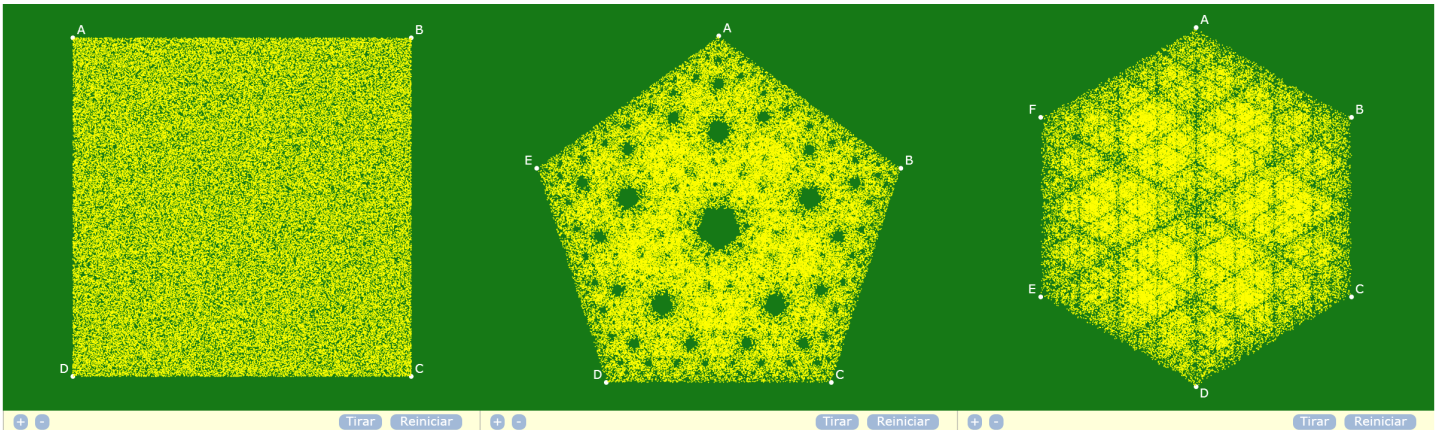
Hoy voy a comentar una pequeña simulación integrada en un taller realizado con un grupo de alumnos de 2.º de ESO dentro de la semana matemática del IES El Picarral de Zaragoza. Es una clásica introducción a los fractales que pone de manifiesto cómo la repetición de un proceso muy sencillo genera resultados sorprendentes. La aplicación se encuentra en <http://conexionmatematica.catedu.es/fractales>.



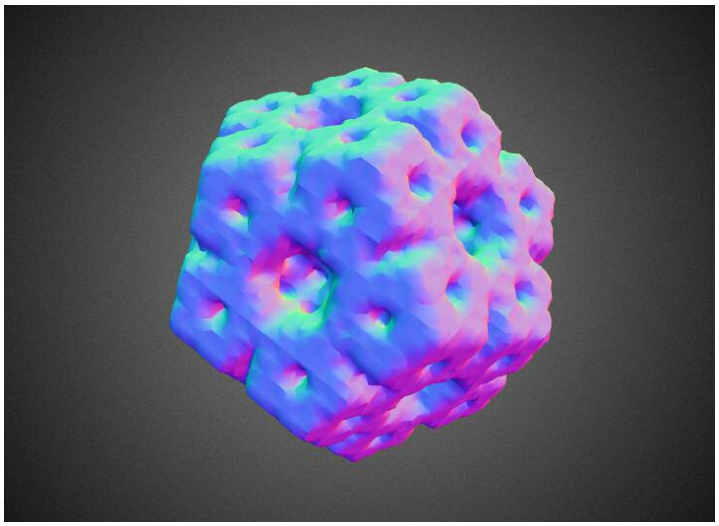
Partimos de un triángulo y un punto interior cualquiera del mismo P_0. Se elige al azar uno de los tres vértices del triángulo V. El punto medio del segmento cuyos extremos son V y P_0 será el siguiente punto de la sucesión (P_1). De nuevo se escoge un vértice W, y el punto medio del segmento formado por W y P_1 será (P_2). Así se genera una sucesión de puntos aleatoria y en principio carente de patrones. Sin embargo, la estructura obtenida es el fractal denominado triángulo de Sierpinski. En este maravilloso video <https://youtu.be/eJAs9Qr359o4> de los años ochenta comentan que siguiendo este procedimiento con lápiz, papel y regla durante un día, un poco menos si lo haces muy rápido, se apreciaría el fractal. Aunque tengo grandes dudas sobre esa afirmación, no la he comprobado.

Si en lugar de un triángulo, el polígono de partida es un cuadrado o un pentágono los resultados son radicalmente distintos. Estamos trabajando con un sencillo sistema iterativo de funciones IFS estocástico y bidimensional. Mi objetivo es que los alumnos observen que si reiteramos muchas veces un proceso con una regla muy simple, como el cálculo del punto medio de un segmento, el resultado final puede ser intrincado y bello. Pueden extraerse diversos ejemplos del video que he recomendado. Aunque me gustaría explicar el porqué en unas ocasiones aparecen atractivos atractores y en la mayoría de las veces únicamente desorden, reconozco que esta opción escapa a mis capacidades. Me recuerda con melancolía el libro de Félix Klein *Matemática elemental desde un punto de vista superior* por la pérdida de

esta última facultad. Una introducción visual de la teoría del caos para casi todos los públicos se encuentra en la siguiente página <http://www.chaos-math.org/es>.



Los IFS tridimensionales dan lugar a bonitos fractales. Uno de los que más me gustan es el dodecaedro que aparece en la figura. Para realizarlo he utilizado el estupendo programa *Mandelbulber 2* <https://github.com/buddhi1980/mandelbulber2> con licencia GNU GPL v3 para obtener la malla y mi querido *Three.js* para representarla.



Reto binario del verano

Planteo a mis fieles lectores el siguiente pasatiempo. El alumno piensa una consonante (no se aceptan los dígrafos ch y ll). Hay que preguntarle si aparece o no en alguna palabra de cada fila de la siguiente tabla:

¿En qué filas está tu letra?
Tórax, apoyo, waterpolo, trizas, vaquero
Máximo, yema, kiwi, hazaña, juliano
Sentimiento, efigie, dueño, valiente
Yunque, cizaña, fervor, bagaje, rock
Extraño, epigrama, cazo, vega, karaoke

¿En qué letra ha pensado? Por ejemplo, si la consonante está en las filas 2ª, 4ª y 5ª, hay que sumar 8 + 2 + 1 = 11 y llegar hasta la letra que ocupa la undécima posición en el alfabeto español. Otro caso: si está en la 1ª y la 3ª fila, se suma 16 + 4 = 20 y buscar la vigésima letra.

Aunque creo que no es difícil averiguar el método empleado, la solución detallada aparecerá en el próximo número, seguramente. Os recuerdo nuestra página de contacto <http://conexionmatematica.catedu.es/contacto/>.

Este es el último artículo que escribo como miembro del claustro del CPEPA Marco Valerio Marcial de la ciudad de Calatayud. Si no me equivoco, este centro tiene el gran honor de ocupar el puesto número uno en aportaciones a esta publicación (en un 59% de sus números). Quiero agradecer la paciencia de todos mis compañeros que han tenido que soportarme durante estos últimos cursos, en especial a mis siempre fieles Lucía Gil y María Diz por toda su amabilidad.

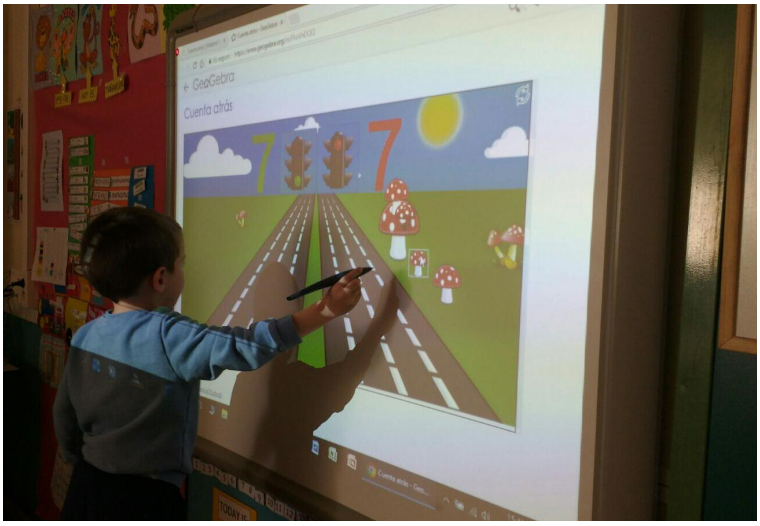
Semana de Conexión Matemática en el CEIP Andrés Oliván

La semana del 9 al 13 de abril desarrollamos en nuestro centro la semana de Conexión Matemática, que este año quisimos centrarla en la relación entre el ocio y los juegos con las matemáticas.

Así, desde el programa se nos proporcionó una exposición y dos talleres externos:

— Exposición *En todas partes Matemáticas*: Durante la semana, todas las clases del centro pasaron a visitar la exposición colocada en la biblioteca del centro, abriendo su disfrute a las familias al mediodía y por la tarde, y además los alumnos realizaron actividades propuestas desde el programa en relación a la misma. Así, nuestros alumnos pudieron aprender que el diseño de los envases que compramos se basa en propiedades geométricas, la utilización de las matemáticas para valorar el rendimiento deportivo, las matemáticas a la hora de programar videojuegos o aplicaciones para el móvil… ¡Hasta los lazos que hacemos para atarnos los cordones tienen una base matemática!

— *Matemáticas en la PDI*: El taller, realizado por Ana Isabel Blasco, estaba dirigido para nuestros alumnos de Educación Infantil, y consistía en aprender conceptos matemáticos básicos mientras los alumnos jugaban en la pizarra digital interactiva de la clase. Además de interesante para los alumnos, los maestros aprendimos muchos recursos digitales para sacar partido a estos dispositivos e incluir actividades similares en nuestro trabajo diario.



— *Pentominós*: David Serrano realizó este taller con el que los alumnos de 6.º de Educación Primaria aprendieron un montón sobre geometría, patrones matemáticos y el desarrollo del pensamiento lógico para llegar a resolver los puzles que se les iban proponiendo. Esta actividad se replicó por el profesorado del centro para las clases de 5.º, siendo muy atractiva para los alumnos.

Por otro lado, el centro preparó una serie de actividades para completar la semana matemática y que todos los alumnos disfrutaran de ella:

— *Recreos matemáticos*: Cada día de la semana, un grupo de infantil y otro de primaria sacaron juegos de mesa traídos de casa para jugar en el recreo. Gracias a esto conseguimos dotar de otra modalidad de ocio a este

espacio, ocupado normalmente por los deportes físicos, con el que los alumnos pudieron compartir sus juegos, crear nuevos vínculos y servir de trampolín hacia ocios diversos como el cubo de Rubick, ya que alumnos expertos en su realización comenzaron a enseñar y ayudar a otros interesados para iniciarse en este puzle.

— Taller *Mathdalas*: El coordinador de Conexión Matemática del centro desarrollo un taller de mandalas y su relación con las matemáticas en 1.º y 2.º de Primaria. En este taller se explicaron conceptos de simetría y figuras geométricas básicas, además de trabajar la secuencia lógica para que los alumnos fabricaran su propio mandala. Esta actividad tuvo continuidad en las sesiones de plástica para terminar de pintar y decorar los mandala diseñados durante el taller.

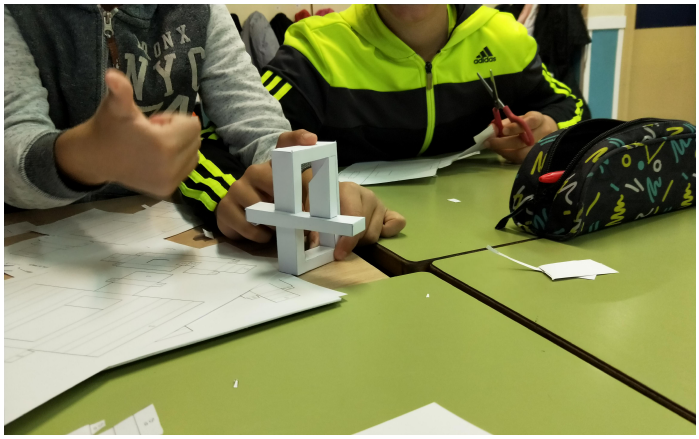
— Talleres de ajedrez: La coordinadora de nuestro centro del programa *Ajedrez en la escuela* preparó y realizó dos talleres: uno dirigido a los alumnos de 1.º y 2.º de primaria que consistía en conocer las figuras, sus movimientos, su valor, etc., mediante diferentes juegos; y el otro para 3.º y 4.º de Primaria que consistía en varios juegos destacando los torneos con contrincantes rotatorios de manera que cada alumno continuaba la partida del anterior y partidas online entre las clases, cada clase desde su aula. Los talleres tuvieron un gran éxito entre los estudiantes.

— Taller de *Geometría dulce*: La profesora del centro y ponente externa del programa Conexión Matemática Olga Moros, realizó el taller que oferta para los centros que participan en el programa en los cursos de 3.º y 4.º de Primaria. Este taller consiste en trabajar las figuras geométricas en el plano y en el espacio mediante materiales manipulativos (palillos y gominolas o bolitas de plastilina) con los que simular los lados, vértices y aristas de cada figura. Además, en la parte final del taller los alumnos tenían que diseñar sus propias figuras con los conceptos trabajados al inicio.

— Taller de *Tesel-arte*: Este taller se realizó para los cursos de 3.º y 4.º de Primaria y consistía en introducir a los alumnos en el mundo de las teselaciones y su capacidad para crear obras artísticas. Así, además de destacar que existen diseños de teselados en muchos lugares de la ciudad, nuestra casa, etc., se destacaron las teselaciones de M. C. Escher y de la Alhambra como obras teseladas de gran fama mundial. Posteriormente se explicó cómo crear figuras teseladas propias mediante el concepto de la traslación y cada alumno diseñó su propia obra teselada.

— Taller de *Figuras imposibles*: Se desarrolló un taller inicialmente dirigido a alumnos de ESO intentando adaptarlo a 5.º y 6.º de Primaria. El taller consistía en explicar las propiedades de la perspectiva y cómo se puede jugar con ella para crear ilusiones ópticas. Se tomó como referencia los diseños de M. C. Escher que posteriormente se trabajarían en plástica para explicar estas ilusiones y lo divertido que puede ser jugar a adivi-

narlas e intentar crearlas con patrones dados. De esta manera, la segunda parte del taller consistió en construir una figura tridimensional ya diseñada con la que se podían crear ilusiones ópticas si se jugaba con la perspectiva.



— Scape room *El misterio de Tutankamón*: Desde 3.º de Infantil hasta 6.º de Primaria, los alumnos pudieron vivir la experiencia de participar en una sala de escape ambientada en el Antiguo Egipto y con pruebas basadas en diferentes conceptos matemáticos. En esta actividad trabajaron conceptos de coordenadas cartesianas, numeración, desarrollo del pensamiento lógico. Fue una actividad muy bien valorada por los alumnos que, además, recibieron como premio por conseguir descifrar el misterio un juego de mesa para cada clase.

En conclusión, la semana matemática fue muy dinámica y con un gran número de actividades para todos los cursos y con contenidos variados con los que se pudo trabajar todo el área de Matemáticas desde otro punto de vista, siendo enriquecedor para que los alumnos perciban las matemáticas desde un punto de vista más lúdico e interesante y para los profesores, que aprendimos nuevas metodologías y actividades que nos pueden servir para mejorar las explicaciones que realizamos diariamente en esta área.

Director: Ricardo Alonso Liarte (IES Salvador Victoria, Monreal del Campo)

Consejo de Redacción: Alberto Elduque Palomo (Departamento de matemáticas de la Universidad de Zaragoza), M.ª Ángeles Esteban Polo (CEIP Josefa Amar y Borbón, Zaragoza), Mario Escario Gil (IES Pirámide, Huesca).

Entorno Abierto es una publicación digital bimestral que se edita en Zaragoza por la Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas. *Entorno Abierto* no se identifica necesariamente con las opiniones vertidas en las colaboraciones firmadas.

Envío de colaboraciones a <sapmciruelos@gmail.com>

Blog: <http://sapmatematicas.blogspot.com.es/>

Twitter: @SAPMciruelos

Web: <http://sapm.es>

Julio de 2018
ISSN: 2386-8821e

BY NC SA