Entorno Abierto

Boletín digital
de la Sociedad Aragonesa
«Pedro Sánchez Ciruelo»
de Profesores
de Matemáticas

Número 24
Septiembre de 2018

Ya tenemos cumplido un nuevo septiembre con sus lugares comunes y alguna novedad. En la enseñanza pública, una novedad es que los compañeros interinos han tenido que acudir al centro en el que estuvieron el curso pasado para realizar las pruebas extraordinarias y estar presentes en las correspondientes evaluaciones. Parece que esto ya debería haber sido así de forma generalizada el curso pasado. En cualquier caso, es evidente que tiene que repercutir positivamente en la evaluación del alumnado y, aunque leve, se trata de una mejora en el sistema. Aunque también es cierto que esta mejora se ha podido ver atenuada por el hecho de que en algunos centros se hayan repartido los grupos el primer lunes del mes o dentro de ese periodo en el que aún tenemos que estar en el centro anterior cumpliendo con las obligaciones derivadas del curso pasado. Alguien con autoridad debería resolver este tema.

La verdad es que no se oyen muchas quejas al respecto de ciertos hábitos adquiridos en cuestiones de repartos. Algunos compañeros interinos asumen su *suerte* con estoicidad, mientras que a los *definitivos* les va bien, claro. Lo realmente preocupante es que esto trasluce la idea de que hay una jerarquía entre compañeros y que cada uno vamos a lo nuestro. El reparto de grupos es importante, por supuesto, porque 20 horas semanales de grupos *malos* acaban con cualquiera, pero existen otros aspectos en los que deberíamos escucharnos unos a otros y que repercuten bastante en la práctica diaria. Una de las tareas de este mes de septiembre es la revisión de las programaciones. Creo que este es un tema que da para debatir, dialogar, consensuar, ceder..., en las reuniones de departamento, pero, una vez más, tendemos a no escuchar al compañero y nos amarramos con fuerza a las cosas tal y como las hacemos nosotros porque *nos funcionan bien* (afirmación, por otra parte, difícil de demostrar).

Conviene recordar que desde que Felix Klein acuñó su consigna de «Matemáticos del mundo, ¡uníos!», nos hemos convertido en un colectivo que tiene en su capacidad de colaborar una de sus señas de identidad y eso a pesar de que la actividad matemática muchas veces requiere de un trabajo *solitario.* Aunque en sus inicios esto se circunscribió a la parte investigadora ya hace muchos años que esta filosofía *saltó* al profesorado. Si nos ceñimos a nuestro país, el alcance y nivel de actividad de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) no tiene parangón en ninguna otra especialidad.

Hace unos treinta años en pleno auge de la renovación pedagógica se crearon las diferentes sociedades de profesores de matemáticas siendo la nuestra, la SAPM, una de las destacadas precursoras. Aquellos profesores se unieron para mejorar la enseñanza de las matemáticas e impulsaron cambios metodológicos como el uso de la calculadora o el de materiales manipulativos. Pero no se quedaron ahí y también trabajaron en el terreno de la innovación curricular. Dicho sea de paso, en el reciente II Congreso Internacional de Innovación Educativa, que se celebró en Zaragoza, pudimos asistir a un buen número de interesantes plenarias y ponencias en las que se habló mucho de innovación

Σrio Interactivo

Una introducción a los tipos de actividades que podemos encontrar en Desmos
Torneo de ajedrez
Orden y caos II. Teoría de Ramsey
Conexión Matemática en el CEIP María Moliner de Fraga

únete
a la SAPM
click

metodológica, pero muy poco de innovación curricular. Este aspecto se puede *atacar* desde diferentes frentes y uno de ellos es desde los departamentos didácticos de los centros. Es allí donde varios profesores se ven las caras día a día y tienen que coordinarse para ver qué dan, cómo lo dan, cómo lo evalúan... Y, como decía antes, es una buena ocasión para sentirnos compañeros y escucharnos, ceder, dar la razón o convencer al otro; en definitiva, un enriquecimiento mutuo basado en el aprendizaje entre iguales.

La FESPM desde su fundación se adhirió al «¡uníos!» de Klein impulsando la revista *Suma,* los seminarios federales, encuentros de diferente índole..., y por su puesto las JAEM. Al final de este curso se celebran las 19 en La Coruña (enlace) y es una buena ocasión para saber qué se está *cociendo* en didáctica de las matemáticas por todo el estado, para ver como otros compañeros *interpretan* el currículum y para compartir experiencias de aula.

La SAPM, más modestamente, también trabaja en esa dirección. El Departamento de Educación del Gobierno de Aragón nos da la oportunidad desde hace unos años de coordinar el programa Conexión Matemática uno de cuyos objetivos es poner en contacto a diferentes compañeros. Debido a la limitación del número de centros participantes el alcance del programa no es grande pero sí que es un *grano* más. Menos limitada es nuestra Jornada de Educación Matemática en Aragón (JEMA). Los días 22 y 23 de febrero de 2019 tendrá lugar la tercera edición. Abrimos la inscripción el día 24 de este mes y ya tenemos más de 70 personas inscritas. Así que parece que estamos en el camino de superar las cifras de 2017, que a su vez mejoraron las de dos cursos antes.

Como en las dos anteriores ocasiones hemos intentado traer ponentes plenarios de calidad y que los talleres resulten interesantes para los asistentes. Sin embargo, como decimos muchas veces, para nosotros lo más importante es el espacio de comunicaciones. Es ahí donde el aprendizaje entre iguales, el intercambio de experiencias y la colaboración entre compañeros alcanza su máxima expresión. Hay personas que nos dicen que no se atreven a presentar una comunicación porque piensan que esa experiencia que han realizado en el aula a lo mejor no es lo suficientemente buena para una jornada de estas características. Abandonad esa idea. Desde aquí os animamos a que dejéis de lado ese pudor y compartáis vuestro trabajo. Somos conscientes de que para las pasadas oposiciones muchos compañeros, aprobados o no, prepararon unidades didácticas con actividades de muy diversa índole. Pensamos que esta es una buena oportunidad para que todo ese esfuerzo de innovación curricular no caiga en saco roto y podamos contar con un buen banco de actividades, preparadas y puestas en práctica por compañeros que están todos los días en el aula y que, por lo tanto, saben de lo que hablan.

En el ámbito de la FESPM nos suelen decir que en Aragón existen muy buenas individualidades pero que nos cuesta mucho hacer cosas de manera colectiva. Entre todos conseguiremos revertir esta imagen. Desde la SAPM continuaremos organizando actividades para el profesorado hasta donde nos lleguen las fuerzas (y el dinero). Y seguiremos con las dedicadas al alumnado, como la Olimpiada de 2.º de ESO y los concursos de radionovelas matemáticas, Tangram y figuras imposibles.

Quiero aprovechar esta primera crónica del curso para recordar que nuestros compañeros del Taller de Talento Matemático empiezan el 19 de octubre nada más y nada menos que su decimoquinta temporada. Como dicen ellos «Se trata de una actividad extraescolar de asistencia *libre* y *gratuita* dirigida a estudiantes desde 3.º de ESO hasta 2.º de Bachillerato».

Hay enseñanza más allá de las aulas y hay quien sigue en la brecha aún después de jubilarse. Nuestro compañero José María Sorando Muzás ha empezado una colaboración semanal en el programa *Escúchate*, de Aragón Radio, denominada *Matemáticas en tu mundo* (enlace).

Con alegría hemos descubierto que en Radio Épila Javier Martínez Espiga hace el programa Epilagóricos. Otra persona muy *radiofónica* es Octavio Gómez Milián; este miembro de la SAPM es polifacético y está detrás del ciclo de la Universidad de Zaragoza *Perpendiculares*, un nombre muy matemático para un ciclo de música y poesía, así que algo habrá...

Daniel Sierra Ruiz
Presidente de la SAPM

III Jornada de Educación Matemática en Aragón

Conferencias plenarias

- *M^2 = matemáticas por matemáticas,* a cargo de Marta Macho Stadler
- *Me gustan los problemas*, a cargo de José Angel Murcia
- *Cuando la muerte se pone creativa con los matemáticos,* a cargo de Eduardo Sáenz de Cabezón

Talleres

- *«Arqueología matemática». Analizando reglas aritméticas de problemas antiguos,* a cargo de Antonio Oller Marcén
- *Aritmética en Primaria: 25 años ayudando a superar dificultades de aprendizaje,* a cargo de Eva Cid, Rafael Escolano y Alberto Arnal
- *BlocksCAD y las matemáticas: ignición,* a cargo de Carlos Rodríguez Jaso y Pablo Beltrán Pellicer
- *Las matemáticas en los dibujos animados en infantil y primaria,* a cargo de Pablo Beltrán-Pellicer y José M.ª Muñoz-Escolano
- *Calculadora científica-metodología activa*, a cargo de Maria Angeles Rodríguez Burgui
- *Criptografía desde César hasta Enigma,* a cargo de Paz Jiménez Seral y Manuel Vázquez Lapuente
- *Tocando las matemáticas,* a cargo de José Ángel Murcia
- *Operaciones básicas: Cálculo flexible basado en números,* a cargo de M.ª Angeles Esteban Polo

Comunicaciones

Espacio abierto a todos aquellos participantes que quieran compartir sus experiencias de aula.

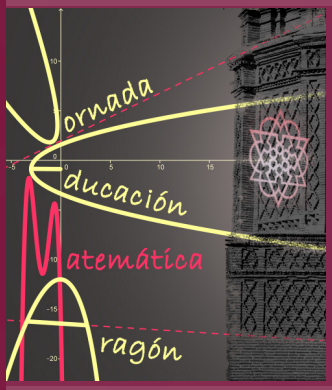
Ambienta la JEMA

Invitamos al profesorado asistente a mostrar actividades realizadas con alumnos: fractales, poliedros, trabajos con papiroflexia, con hilos, fotografías, maquetas, instrumentos...

Dale brillo a la JEMA

Más información e inscripción a partir del 24 de septiembre en

https://sites.google.com/site/ijemaragon



22 y 23 de febrero de 2019

Facultad de Eduación de la Universidad de Zaragoza

Presentación de comunicaciones y otros trabajos en

sapmciruelos@gmail.com

Actividad reconocida con 10 horas de formación por el Departamento de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Aragón

Organiza

Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas

Colaboran

Facultad de Educación Universidad Zaragoza

Instituto Universitario de Investigación de Matemáticas y Aplicaciones Universidad Zaragoza

CASIO División Educativa

GOBIERNO DE ARAGON

Una introducción a los tipos de actividades que podemos encontrar en Desmos

por

Pablo Beltrán-Pellicer

(IES Valdespartera, Zaragoza; Universidad de Zaragoza)

La utilización de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en nuestras clases puede responder a diversos propósitos. Por un lado, tenemos herramientas de carácter organizativo, como Moodle o Edmodo, que sirven como canal de comunicación con el alumnado, para gestionar la clase, proponer tareas, etc. La utilización de estas plataformas, salvo pequeños detalles como la escritura de expresiones matemáticas, es la misma sea cual sea la materia que imparta el docente. Por otro lado, hay recursos que, relacionados más directamente con el proceso de enseñanza y aprendizaje, siguen siendo generalistas. Es el caso de Kahoot, con el que se consiguen dinámicas de aula atractivas, pero cuya dinámica de uso es la misma sea cual sea la materia, bien se trate de enseñar lengua y literatura, que música o matemáticas.

Como profesores de matemáticas, nos interesan mucho más un tercer tipo de herramientas TIC; esto es, aquellas que inciden de verdad en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Y se suelen distinguir porque no hay un equivalente con lápiz y papel, o este resulta muy aparatoso. Desde hace poco, hay una tendencia en denominar a estos recursos como TAC; es decir Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento. Personalmente, aun empleándolas, me resisto a catalogar las herramientas mencionadas en el párrafo anterior como TAC, aunque a veces se haga con alguna.

Un claro ejemplo de herramienta TAC en matemáticas es Geogebra (Hohenwarter & Jones, 2007). Con Geogebra, las construcciones geométricas son dinámicas, existiendo lo que se conoce como *test de arrastre*. Si construimos un cuadrado, la prueba de que lo hemos hecho utilizando las propiedades, es hacer este tipo de test, arrastrando un vértice cualquiera y comprobando que la figura sigue siendo un cuadrado. Esta comprobación puede ser visual o utilizando herramientas que el mismo programa ofrece, como las de medida de ángulos o longitudes.

En este artículo vamos a realizar una pequeña introducción a Desmos, una calculadora gráfica avanzada programada como una aplicación web que configura un entorno con múltiples posibilidades didácticas.

¿Qué es Desmos?

Realmente, Desmos se compone de diferentes aplicaciones. La calculadora gráfica <https://www.desmos.com/calculator> permite, entre otras cosas, representar funciones gráficamente, introducir datos en forma de tabla, evaluar expresiones algebraicas y añadir deslizadores para manipular algún parámetro. Además, entre las funcionalidades tenemos lo que cabría esperar de una aplicación web actual de este tipo: guardar la gráfica, compartirla con otros usuarios, conseguir el código HTML de los applets que creemos para embeberlos en otra página, etc.

También hay una calculadora con cuatro campos de entrada que se pueden relacionar de forma interactiva <https://www.desmos.com/fourfunction) y una calculadora científica <https://www.desmos.com/scientific>. Por otro lado, la herramienta de geometría dinámica (en estado beta, <https://www.desmos.com/geometry>) recuerda —obviamente— al entorno de Geogebra, permitiendo relacionar álgebra y geometría.

Sin embargo, el factor diferenciador de Desmos son las actividades y secuencias didácticas que ofrece <https://teacher.desmos.com>, ya preparadas para su utilización y edición. Realmente, no es que sean actividades

completamente originales, ya que algunas recuerdan a juegos de aula (como el polígrafo, que luego describiremos y que no es otra cosa que un *quién es quién*) y otras parecen estar inspiradas en applets vistos en otras páginas web. Sin embargo, merece la pena destacar la idoneidad de las tareas que proponen en cada actividad. Porque cada secuencia de tareas está pautada, de forma que en el diseño de todas ellas la experimentación y el uso del lenguaje cobran un protagonismo especial.

El papel del profesor, como veremos es fundamental. Por un lado, debe preparar la implementación de la secuencia, anticipando las producciones del alumnado y, por otro, debe gestionar el desarrollo de esta, moderando las discusiones de aula y puestas en común, así como institucionalizando los objetos matemáticos que vayan emergiendo.

En cuanto a la clasificación TIC/TAC de la que hablábamos en la introducción, en el caso de Desmos depende de cada actividad. A continuación, describiremos varias de las actividades más populares, deteniéndonos un poco más en la primera de ellas para detallar la dinámica general e introducir la mecánica de funcionamiento de Desmos. Veremos que algunas de estas actividades, como el polígrafo, tienen un equivalente claro con lápiz y papel (aunque es más fácil llevarlas al aula), mientras que otras no. En cualquier caso, el factor común en muchas de ellas va a ser ese diseño cuidado que hemos mencionado, con una elevada idoneidad didáctica (Godino, 2013).

Tanto las actividades como las guías de ayuda están en inglés, aunque ya hay unas cuantas que han sido editadas por otros profesores y podemos encontrarlas en español. No obstante, si algún grupo tiene dificultades con el idioma, el traductor de Google funciona aceptablemente para este propósito. Además, hemos de tener presente que lo ideal es realizar estas actividades de forma guiada, por lo que si surge alguna duda basta con levantar la mano y preguntar al profesor.

Las canicas (*Marbleslides: Lines* y *Marbleslides: Parabolas*)

Supongamos que echamos un vistazo a la lista de las actividades más populares <https://teacher.desmos.com/popular> y que elegimos *Marbleslides: Lines*. La descripción inicial indica la duración aproximada (45-60 minutos) e incluye una breve explicación. Además, se clasifica a las actividades por tipos:

— De introducción
— De desarrollo
— Para practicar
— Para aplicar

En este caso, *Marbleslides: Lines* es una actividad de desarrollo, con la que los estudiantes pueden profundizar en lo que significan los parámetros de la ecuación de una recta, o cómo expresar restricciones en el dominio de estas. Una vez accedemos a la actividad en sí, vemos ampliada esta información, encontrándonos con una recomendación acerca de los dispositivos idóneos (esta actividad no es adecuada para teléfonos móviles) y con una guía para el profesor. Este documento, que es imprimible y que viene en muchas de las actividades, refleja una serie de buenas prácticas y consejos para pautar la actividad en el aula. De esta forma, lo primero que aparece en la guía es una lista de ítems que todo docente debería revisar antes de iniciar la actividad. Por ejemplo, completar personalmente las tareas por medio de la previsualización (para saber en qué consiste exactamente la actividad), identificar los objetivos de aprendizaje que se persiguen, elegir las tareas en las que se pausará la secuencia para poner en común las ideas que hayan surgido, anticipar qué tareas causarán más dificultades, planificar alguna actividad o reto adicional para el alumnado que termine antes o prever qué tareas se pueden saltar para lograr los objetivos principales.

Esta guía didáctica, que deja espacio para que el docente haga sus anotaciones, también proporciona indicaciones para cada una de las tareas. En la figura 1 vemos cómo, para la pantalla número 13 de la actividad, la guía recomienda compartir algunas de las respuestas del alumnado con el resto de la clase. Se señala la conveniencia de comenzar con lenguaje matemático informal e ir incorporando poco a poco respuestas más formales. En otras palabras, puede decirse que el diseño de la actividad tiene en cuenta el proceso de negociación de significados que

caracteriza, por ejemplo, al aprendizaje basado en problemas. Es a partir de las tareas propuestas que emergen los objetos matemáticos considerados en los contenidos. El significado de estos objetos difiere según las situaciones, pero también varía entre los individuos y las instituciones de referencia. Así, ante una fracción como 3/4, un alumno puede estar pensando en los 3 trozos que se ha comido de una tarta dividida en 4 partes; mientras que otro directamente piensa en 0,75; y el docente puede estar pensando en el número racional. El diseño de las secuencias didácticas en Desmos reserva momentos para evaluar estos significados personales, permitiendo negociarlos a través de las sucesivas tareas.

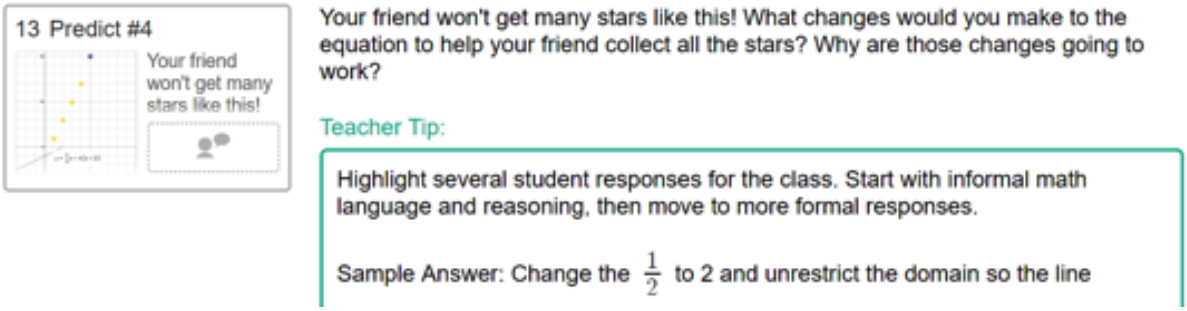


Figura 1. Indicaciones para el profesor en una de las pantallas de *Marbleslides: Lines*

Cuando llega el momento de la puesta en marcha de la actividad con los alumnos, el mecanismo es similar al de otras aplicaciones web, como Kahoot. Creamos un código de clase para la actividad y, a partir de ese momento, al docente le aparece un enlace en su lista de actividades para gestionar la misma a través del *dashboard* o escritorio. Este código es el que tienen que introducir los estudiantes en <https://student.desmos.com>, aunque también se genera un enlace que conduce directamente a la instancia de la actividad. Si los alumnos están registrados en Desmos, podrán volver a la sesión más adelante, pero no es un requisito.

Pasamos ahora a describir la actividad en sí, que podría catalogarse como de manipulable virtual. Los alumnos deben modificar la expresión de una recta, añadir otras rectas o definir restricciones a un nuevo dominio, de manera que consigamos crear un circuito de canicas que haga que estas pasen por unos puntos predefinidos de antemano por medio de unas estrellitas (Figura 2). Realmente, se puede trabajar esta actividad con rectas o parábolas, ya que tenemos *Marbleslides: Lines* y *Marbleslides: Parabolas* y, en cualquier caso, hemos comprobado que el programa no restringe la función a utilizar.

Por ejemplo, en la figura 2 basta con extender el dominio, definiendo la función para $x<6$ en lugar de para $x<4$, para que la fuerza de la gravedad haga su trabajo y la canica llegue a pasar por la estrellita que está en las

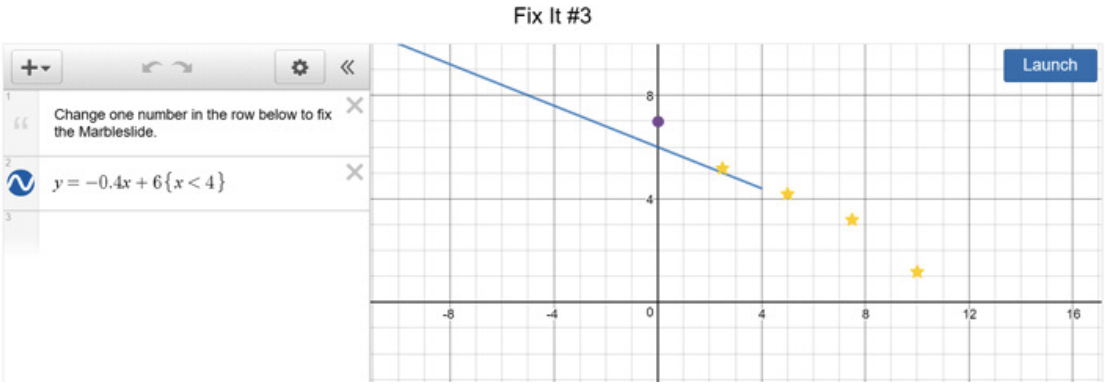


Figura 2. Una de las tareas de *Marbleslides: Lines*

cercanías del punto (10, 1). Esta solución se muestra en la figura 3, a la izquierda, y la expresión que hay que introducir es la siguiente:

$$y = -0{,}4x + 6 \ \{x < 6\}$$

Sin embargo, otros alumnos podrían haber planteado lo que mostramos en la figura 3, a la derecha, que corresponde a las expresiones:

$$y = -0{,}4x + 6 \ \{x < 10\}$$
$$y = x - 9$$

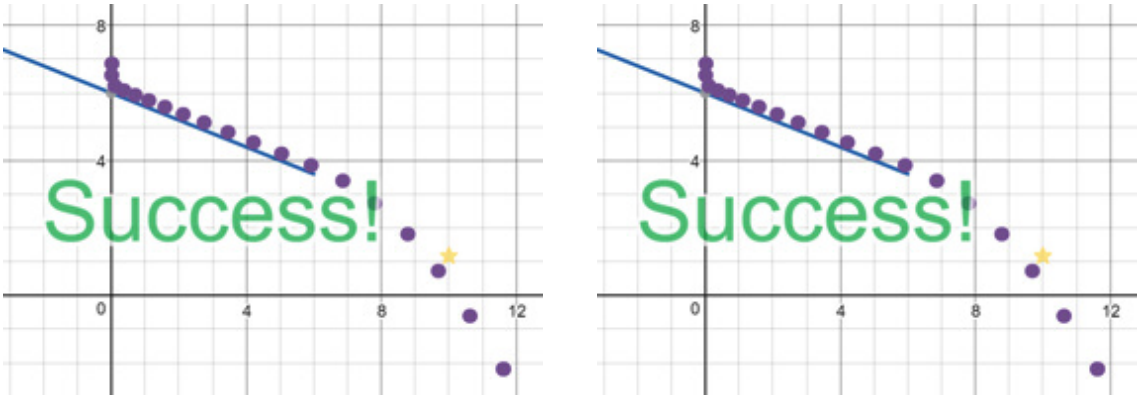


Figura 3. Dos posibles soluciones para una pantalla de *Marbleslides: Lines*

No todas las tareas que componen la actividad son iguales. En las primeras pantallas se proporciona la expresión de alguna función lineal y únicamente hay que cambiar algún parámetro. En las siguientes pantallas (figura 4), se trata de predecir lo que ocurrirá si se cambia el parámetro indicado y de comprobarlo. Las respuestas de los estu-

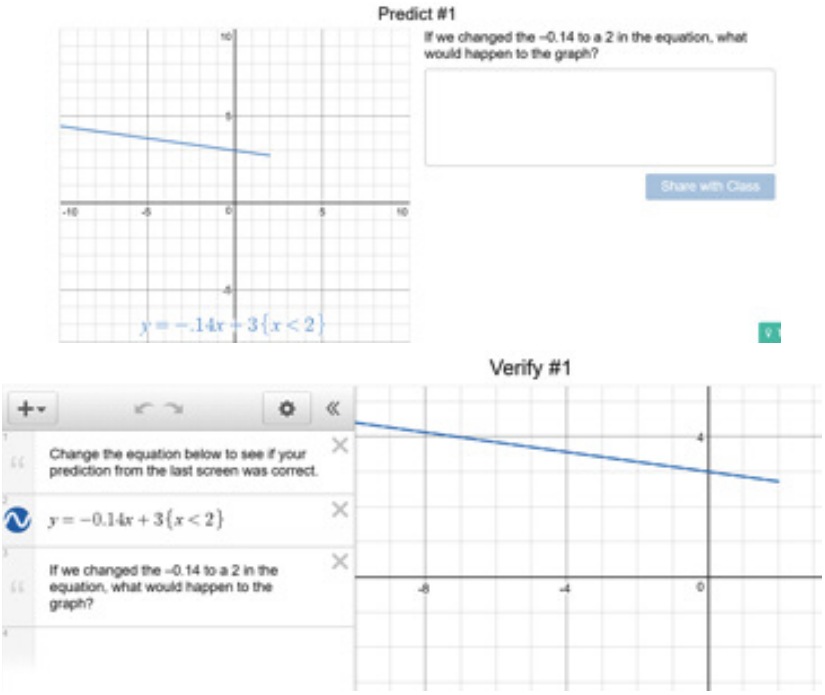


Figura 4. Predecir lo que ocurrirá en cada caso y comprobarlo

diantes pasan a estar disponibles para todos los demás, de manera que cuando llega la puesta en común, todos están al corriente de lo que han puesto los compañeros que han llegado antes a esa tarea. Las últimas pantallas son retos (*challenges*) en los que los alumnos deben introducir las expresiones que consideren oportunas.

Terminamos la descripción de esta actividad mencionando el escritorio del profesor. En la figura 5 mostramos una captura de este, que ofrece información para gestionar el desarrollo de la secuencia. De esta manera, el profesor, desde su ordenador, puede observar el avance de cada uno de los alumnos (o parejas, si lo estamos haciendo por pequeños grupos). Además, se puede detener la actividad para las puestas en común o momentos de institucionalización.

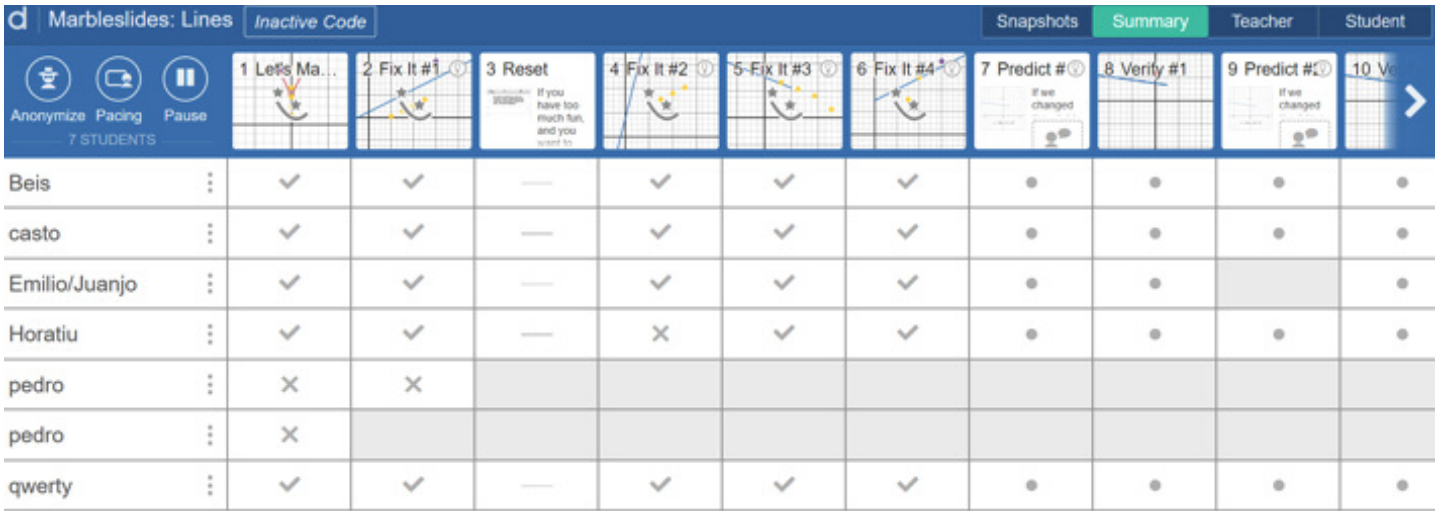


Figura 5. Vista del profesor con el resumen del avance de cada alumno

Aterrizando el avión (*Landing the plane*)

Al igual que el *Marbleslide: Lines* comentado en el punto anterior, esta actividad forma parte del *linear bundle*, una secuencia más extensa de actividades sobre funciones lineales. La premisa básica en este caso es la de encontrar la ecuación de la recta que representa la trayectoria óptima para el aterrizaje de un avión. Al igual que en la actividad de las canicas, la secuencia de tareas va ganando en complejidad. Así, las primeras pantallas se dedican a explorar el entorno (figura 6, izquierda), implican cambiar únicamente algún parámetro (figura 6, centro), mientras que conforme avanza la secuencia se ofrece menos guía al alumno (figura 6, derecha) y se plantean cuestiones para la reflexión.

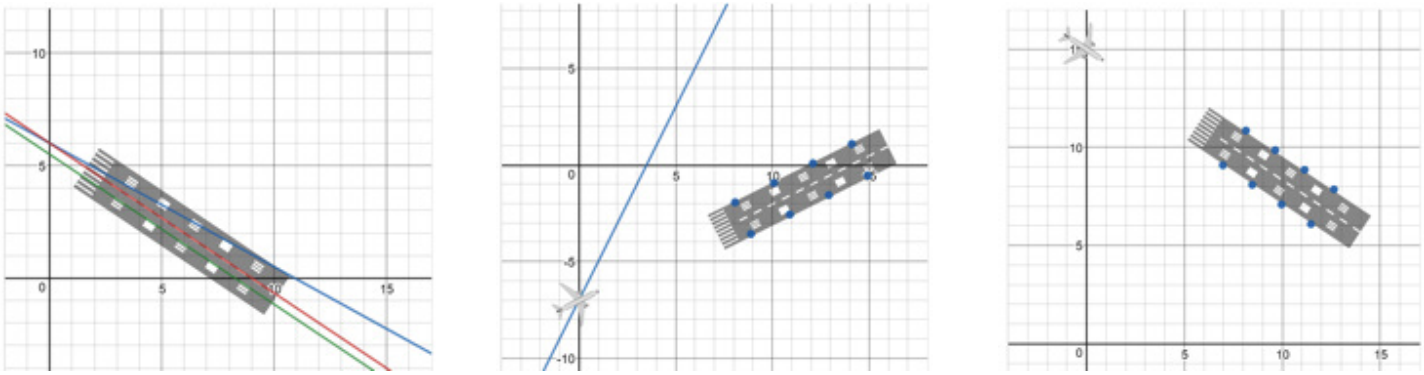


Figura 6. Aterrizando el avión (de izquierda a derecha, pantallas 3, 4 y 5)

El polígrafo (*Polygraph*)

Se trata de un *quién es quién* en toda regla y es una de las actividades más populares en Desmos, siendo fácilmente editable. De hecho, esto último es la gran ventaja que ofrece respecto a la versión física. Por otro lado, ya hay polígrafos subidos por otros profesores sobre los más variados contenidos (una búsqueda en septiembre de 2018 devuelve nada menos que 56 polígrafos).

En la figura 7 se muestra una captura del polígrafo de parábolas <https://teacher.desmos.com/polygraph-parabolas>. Es una actividad que, al igual que el *quién es quién*, se juega por parejas. Es decir, un ordenador para un estudiante o pareja y otro para otro. Conforme se van registrando los alumnos en la actividad, la propia plataforma los va emparejando para jugar. Se juega por turnos, de manera que una vez es un estudiante el que tiene que adivinar el objeto oculto, haciendo las preguntas necesarias. Estas cuestiones deben formularse de forma que se puedan responder con un sí o un no.

Los polígrafos constituyen una excelente actividad de introducción, ya que permiten evaluar el conocimiento previo del alumnado, qué términos emplean, cómo describen los objetos matemáticos, etc. Por otro lado, también se pueden utilizar como actividad de desarrollo. No en vano, en el *linear bundle*, en el que se enmarcan la actividad de las canicas y la del avión, se incluyen dos polígrafos, uno como actividad de introducción y otro como desarrollo.

El polígrafo sobre parábolas de la figura 7 encuentra su continuación en *Polygraph: Parabolas, Part 2*, donde se plantean una serie de cuestiones que permiten profundizar y progresar desde el uso de un lenguaje informal hacia un vocabulario más técnico. Por ejemplo, a lo largo de esta actividad se señala que, en lugar de decir «la gráfica toca dos veces la línea de en medio»; en matemáticas se habla de «dos puntos de corte o de intersección con el eje de abscisas».

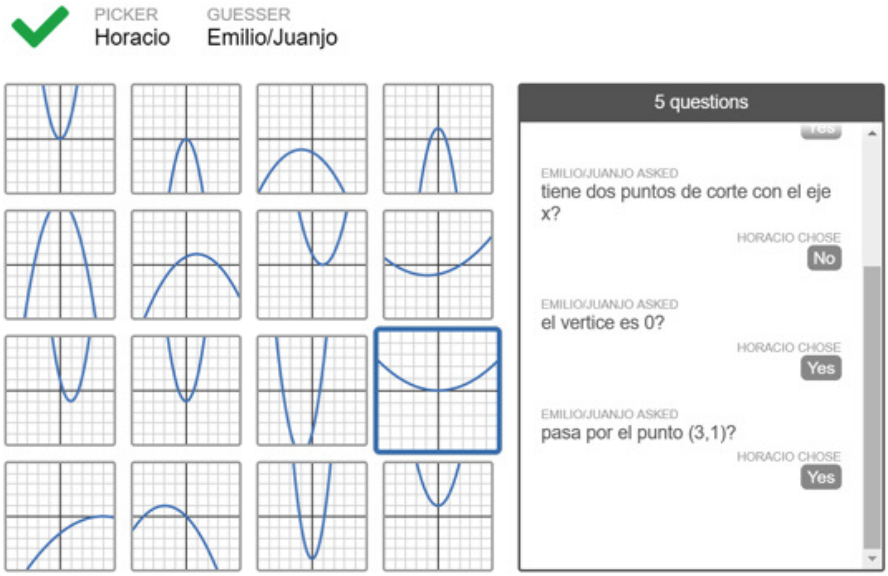


Figura 7. Captura de pantalla del polígrafo de parábolas en acción

Representando historias gráficamente (*Graphing stories*)

Aunque no hay inconveniente en trabajar esta actividad de forma aislada, se engloba dentro de una secuencia más larga dedicada a las funciones (*function bundle*). Recuerda a las magníficas propuestas del Shell Center (Swan, 1986), sobre el lenguaje de funciones y las gráficas, material en el que se han inspirado multitud de autores. Si en el libro de Swan aparecen circuitos de carreras y otros ejemplos a los que hay que asociar o crear una gráfica, en este caso el valor añadido radica en que se trata de vídeos. Este hecho, junto con la posibilidad de ir representando

gráficamente la función que describe cada situación conforme avanza el vídeo (figura 8), aumenta el rango de contextos y situaciones que podemos utilizar en la enseñanza y aprendizaje de las funciones.

Las tareas que contempla la secuencia, por otro lado, no se limitan a representar cada función, sino que antes de ello se incluyen preguntas para detenerse en las magnitudes involucradas, las unidades de medida apropiadas, etc.

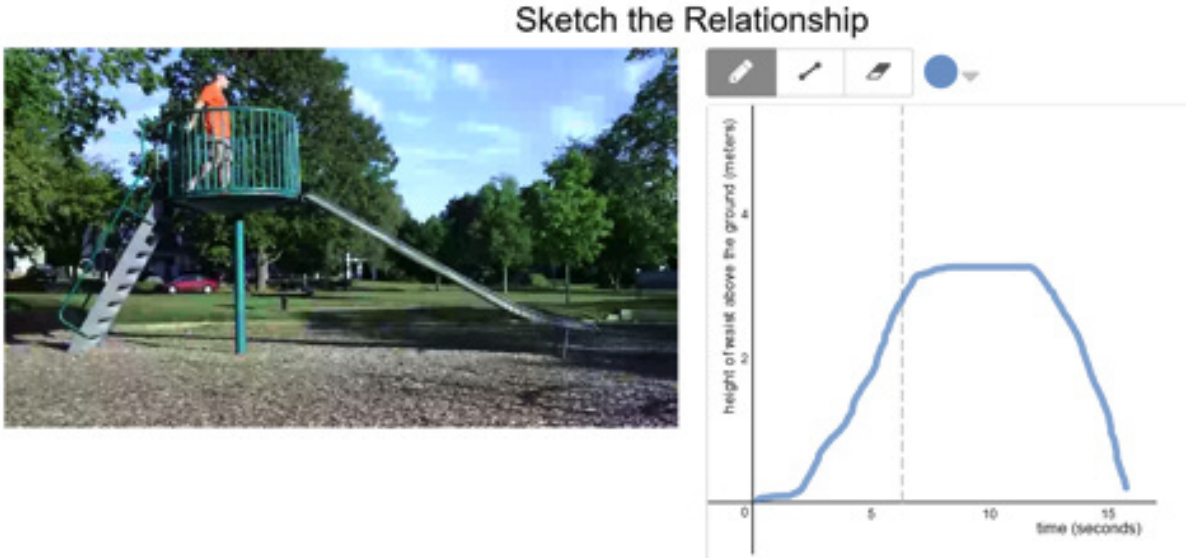


Figura 8. Una de las pantallas de *Graphing stories*

Consideraciones finales

Aunque el diseño de estas actividades está específicamente pensado para ser llevado a cabo en el aula con la guía del profesor, bien sea con portátiles, dispositivos móviles o en una sala de informática, también es posible asignar actividades de Desmos como tareas para casa. Esto es algo que tiene sentido, por ejemplo, con las actividades para practicar.

Algo que solo hemos mencionado por encima es que Desmos permite que los usuarios (profesores) suban modificaciones a muchas de las actividades por defecto y otras nuevas. No resulta complicado modificar actividades ya existentes. Para ello, en la propia web hay bastante material de ayuda <http://learn.desmos.com/create>.

Dejamos para otra ocasión la experiencia de utilizar las funciones de edición avanzadas de Desmos. Al igual que hace Google con su *Google Labs*, al marcar las opciones de *Desmos Labs* accedemos a funcionalidades en estado beta que, en este caso, permiten crear tus propias *Marbleslides*, utilizar la herramienta de geometría en el constructor de actividades e, incluso, utilizar la capa de computación, con la que se puede utilizar un lenguaje de programación para diseñar actividades más sofisticadas.

Referencias bibliográficas

GODINO, J. D. (2013), «Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.», *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, n.º 8 (11), 111–132.

HOHENWARTER, M., y K. JONES (2007), «Ways of linking geometry and algebra, the case of Geogebra», *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics,* n.º 27(3), 126-131.

SWAN, M. (1990), *El lenguaje de funciones y gráficas*, Ministerio de Educación y Ciencia, Bilbao.

Torneo de ajedrez

por
Esther García Giménez
(IES Río Gállego, Zaragoza)

A menudo los profesores de Matemáticas nos centramos en crear aptitudes y actitudes en los alumnos para lograr llegar a la meta que supone la resolución de un problema. El catedrático de matemáticas Miguel de Guzmán, fundador del proyecto ESTALMAT —Estímulo del talento matemático—, basándose en las ideas de Pólya, diferenciaba 5 fases dirigidas a ellos en lenguaje sencillo:

1.ª Trata de comprender el enunciado.
2.ª Intenta comprender el problema.
3.ª Busca unas cuantas estrategias para resolver el problema.
4.ª Selecciona una y trabaja con ella.
5.ª Reflexiona sobre el proceso seguido.

En los últimos años profesores como Antoni Vila y Mari Luz Callejo han analizado las «creencias» que afloran en la resolución de problemas de matemáticas y reivindican su importancia educativa para conseguir el objetivo de «aprender a pensar».

Pero no solo deberíamos centrarnos en el método basado en la resolución de problemas sino, como dice la docente María Antònia Canals, en «qué entendemos nosotros por un problema» y «qué concepto de problema transmitimos y por qué».

Según ella « un problema no es una pura actividad de aplicación, sino que es una situación nueva, si puede ser real, y siempre próxima, para la cual no hemos estado previamente entrenados. Un problema siempre ha de plantearnos un interrogante, que haga imaginar, pensar y encontrar caminos para llegar a una solución posible y no necesariamente única. No se trata de tener el dominio de unos recursos y estrategias, que pueden aplicarse más o menos rutinariamente, sino que habrá que ir buscándolas y descubriendo a medida que se va desarrollando la resolución del problema. Un problema siempre es un reto para la mente. Su objetivo es resolverlo, es decir pensar; es el trabajo de la lógica, la imaginación, el ingenio, haciendo servir los recursos y técnicas que cada vez sean necesarias.»

Y este es el caso que nos ocupa: *El problema del Torneo de Ajedrez* de la XXVII edición de la Olimpiada Matemática Aragonesa para 2.º de ESO.

La primera dificultad con la que se encuentran los alumnos a la hora de afrontar este problema es que no todos conocen el juego del ajedrez y aunque parezca sorprendente algunos no saben o no recuerdan que son dos, los jugadores que se enfrentan en cada una de las partidas del torneo.

XXVII Olimpiada Matemática
2.º de ESO
Fase Semifinal • 24 de marzo de 2018

Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas

Problema 3. *Torneo de ajedrez*

En un torneo de ajedrez hay 6 eliminatorias para llegar a la final. Si en cada una de ellas se eliminan la mitad más 1 de los participantes, ¿cuántos jugadores había inscritos al principio? Razona la respuesta.

A continuación, en el enunciado, se especifica la existencia de 6 eliminatorias para llegar a la final.

Segunda dificultad: no pocos alumnos han llegado a la conclusión de que en la final «solo puede quedar uno» y ese es el ganador, con lo que no se jugarían 7 rondas sino 6, otro error por no comprender bien lo que supone un torneo de ajedrez aunque si hubieran pensado en cualquier otro tipo de torneo deberían haber llegado a la conclusión de que en la final se enfrentan 2 jugadores.

La tercera dificultad sería entender que el número de participantes que pasan a la siguiente ronda se trata de una sucesión cuyo último término será 2, los jugadores de la final.

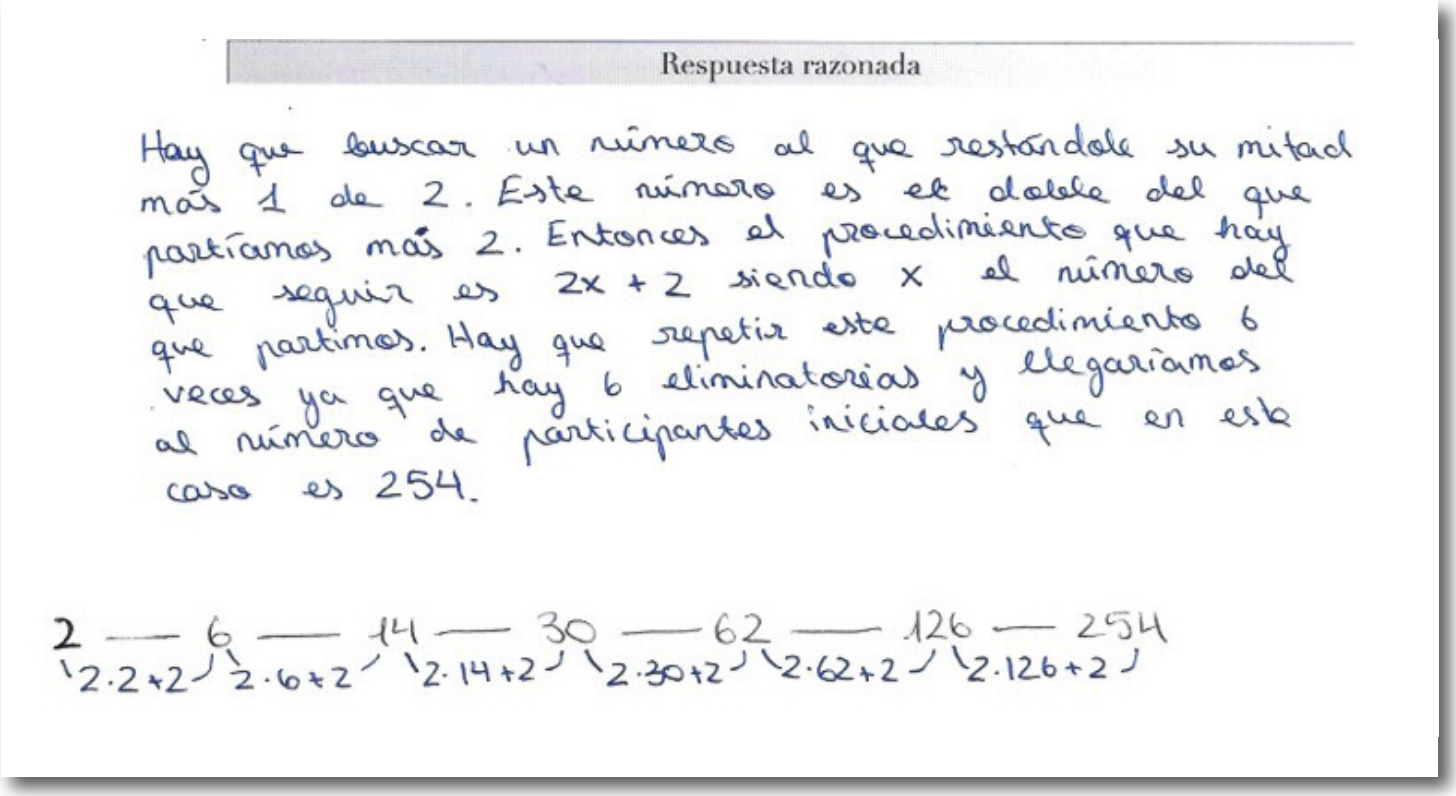
Esta dificultad no es poca ya que hablamos de alumnos de 2.º de ESO y, aunque desde 1.º ya aparecen contenidos como la planificación del proceso de resolución de problemas junto con las estrategias y procedimientos puestos en práctica y la reflexión sobre los resultados, así como la obtención de fórmulas en lenguaje algebraico y términos generales basadas en la observación de pautas y regularidades; el concepto de sucesión no se introduce hasta el siguiente curso de 3.º y aún así no resulta sencillo de entender en alumnos de esas edades, introduciéndolo de forma muy práctica y sobre todo centrándose en las progresiones aritméticas y geométricas.

Habitualmente cuando pensamos en una cadena ordenada de números contamos desde un primer elemento obteniendo los siguientes de la sucesión, en este caso la cuarta dificultad consiste en que hay que pensar en el último elemento y retroceder en la cadena hasta el primero, por eso es más interesante invertir el orden de la sucesión, considerando como primer elemento los 2 jugadores de la final y tomando como término general $a_n = 2a_{n-1} + 2$ para llegar al término a_1 que serán los jugadores inscritos en el torneo.

La última dificultad consiste en llegar a la fórmula de ese término general ya que la información que nos proporciona el enunciado es que en cada ronda se eliminan a la mitad más uno de los participantes, lo que conlleva reflexionar cuántos son entonces los que pasan a la siguiente eliminatoria.

Diferentes estrategias son las que han utilizado los alumnos que han superado las dificultades anteriores y han comprendido el planteamiento del problema y cuál es la posible solución.

Estos son algunos ejemplos de diferentes formas de resolver el problema propuesto, haciendo uso de ecuaciones, tablas, flechas, operaciones combinadas…, pero lo importante es que todos han debido reflexionar y pensar de forma lógico-deductiva que es la pretensión de todos los profesores que participamos en la Olimpiada Matemática.



Respuesta razonada

Hay que buscar un número al que restándole su mitad más 1 de 2. Este número es el doble del que partíamos más 2. Entonces el procedimiento que hay que seguir es 2x + 2 siendo x el número del que partimos. Hay que repetir este procedimiento 6 veces ya que hay 6 eliminatorias y llegaríamos al número de participantes iniciales que en este caso es 254.

2 — 6 — 14 — 30 — 62 — 126 — 254

2·2+2 2·6+2 2·14+2 2·30+2 2·62+2 2·126+2

Respuesta razonada

A la final llegan 2.

(6ª) Semifinal $(2+1)\times 2 = 6$ $+4$

(5ª) - $(6+1)\times 2 = 14$ $+8$

(4ª) - $(14+1)\times 2 = 30$ $+16$

(3ª) - $(30+1)\times 2 = 62$ $+32$

(2ª) - $(62+1)\times 2 = 126$ $+64$

(1ª eliminatoria) - $(126+1)\times 2 = 254$ $+128$

Había 254 inscritos al principio

Respuesta razonada

Eliminatoria Nº	1	2	3	4	5	6	FINAL
Nº personas al inicio de eliminatoria	254 personas	126 personas	62 personas	30 personas	14 personas	6 personas	2 personas
Nº personas que se eliminan en cada eliminatoria	$254:2+1=$ $=127+1=$ $=\boxed{128}$	$126:2+1=$ $=63+1=$ $=\boxed{64}$	$62:2+1=$ $=31+1=$ $=\boxed{32}$	$30:2+1=$ $=15+1=$ $=\boxed{16}$	$14:2+1=$ $=7+1=$ $=\boxed{8}$	$6:2+1=$ $=3+1=$ $=\boxed{4}$	
Nº pers que pasan a la siguiente eliminatoria	$254-128=\boxed{126}$	$126-64=\boxed{62}$	$62-32=\boxed{30}$	$30-16=\boxed{14}$	$14-8=\boxed{6}$	$6-4=\boxed{2}$	

Solución: Al principio había 254 jugadores inscritos

Respuesta razonada

$$=((((6+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2=$$
$$=((((14+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2=$$
$$=(((30+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2=$$
$$=((62+1)\cdot 2+1)\cdot 2=$$
$$=(126+1)\cdot 2=\boxed{254}$$

En el torneo habrá 254 personas al principio

Razonamiento → En cada eliminatoria del torneo, primero, se eliminaba a la mitad de los participantes para luego restarle 1. Por lo que a la hora de mantener la ecuación, hay que hacerlo a la inversa, primero sumando 1 al numero inicial y después multiplicándole por dos.

PALEXCO
A Coruña

3 a 6 julio 2019

JAEM 19

UN ATLÁNTICO QUE SUMA

CONVOCA: Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas

ORGANIZA: AGAPEMA

COLABORAN:

GOBIERNO DE ESPAÑA
MINISTERIO DE EDUCACIÓN, CULTURA Y DEPORTE

XUNTA DE GALICIA
CONSELLERÍA DE CULTURA, EDUCACIÓN E ORDENACIÓN UNIVERSITARIA

Deputación DA CORUÑA

Ayuntamiento de A Coruña
Concello da Coruña

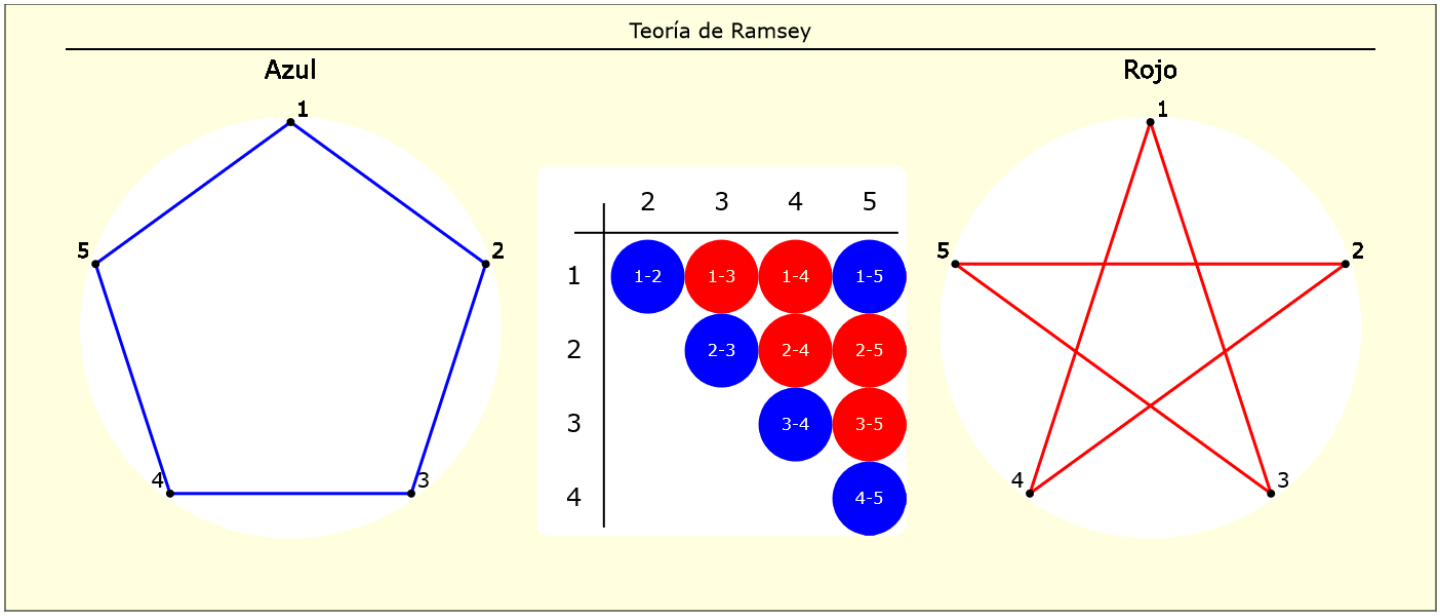
Orden y caos II. Teoría de Ramsey

por
Pedro Latorre García
(CPEPA Gómez Lafuente, Zaragoza)

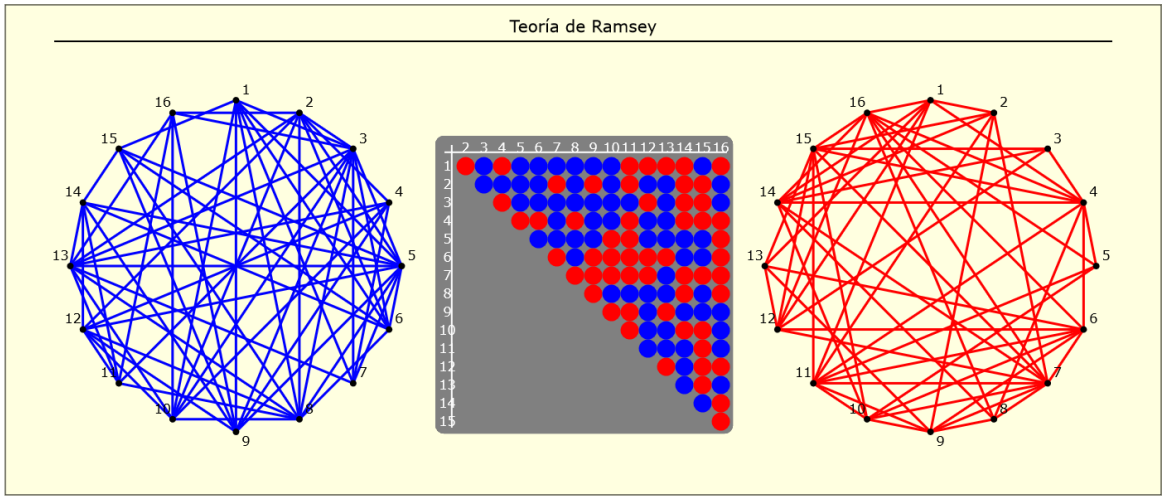
Si un tierno infante del siglo XIX viajase en una máquina del tiempo hasta nuestros días, cuando fuese al instituto notaría muy pocos cambios en la clase de mates. Seguramente contaría con nuevos medios tecnológicos para aprender los mismos contenidos que en su época. ¿Tan universal es lo que enseñamos que no merece la pena cambiarlo? Algunos profesores piensan que sí. Otros consideramos importante introducir nuevos contenidos a costa de eliminar otros. Las matemáticas de los siglos XX y XXI merecen estar en el currículo. Según mi criterio, el tiempo dedicado a aprender algoritmos manuales de cálculo puede ser significativamente reducido teniendo en cuenta el fácil acceso a numerosas herramientas TIC. Esta semana una alumna me decía que el sumar fracciones con lápiz y papel agiliza la mente, un mito que viene muy bien si no queremos complicarnos la clase.

La actividad que voy a comentar resultaría novedosa para nuestro viajero temporal. Fue creada en el siglo XX, aunque lamentablemente sus autores han fallecido. Está basada en el teorema clásico de Ramsey e incluida en el taller sobre el caos comentado en el boletín anterior. Como consecuencia de la teoría desarrollada por Frank P. Ramsey y Paul Erdős, se puede afirmar que en un conjunto muy grande de datos aparecen configuraciones ordenadas y por tanto, matemáticamente, el desorden absoluto no es posible <http://mathworld.wolfram.com/RamseyTheory.html>.

Para nuestra versión amigable del teorema consideramos un grupo de 5 personas, representadas por los vértices de un pentágono. Si dos personas se conocen, las unimos con una línea roja y en caso contrario con una azul. Para facilitar la tarea, los alumnos cuentan con una hoja en cuya parte central pintarán de color rojo o azul los círculos ubicados en una tabla de doble entrada que representan todas las aristas. Dibujarán separados los grafos de cada color. ¿Existe algún caso en el cual no haya ni tres amigos comunes ni tres desconocidos? Se trata de buscar una configuración en la que no aparezca ningún triángulo cuyos vértices sean los puntos que representan a las personas. En la imagen se muestra un ejemplo.



Sin embargo, con seis personas no hay forma de evitar que se forme al menos un triángulo. El teorema establece que en un grupo lo suficiente grande de N personas siempre aparecerá un conjunto de n personas que se conozcan entre sí o n que sean desconocidos. El menor número cumpliendo esta condición se llama número de Ramsey y se denota $R(n, n) = N$. Por ejemplo, $R(3, 3) = 6$ y $R(4, 4) = 18$.



Sorprendentemente todavía no se conoce el valor de R(5,5), solo que está comprendido entre 43 y 48. Si tenemos en cuenta que hay $2^{903} \sim 6{,}76 \times 10^{271}$ grafos completos de 43 vértices con dos posibles colores por arista (olvidando los isomorfismos, que es mucho olvidar), la sorpresa será menor. La imagen de un caso con 16 vértices puede servir para comprender la magnitud del problema.

Esta actividad pone de manifiesto la existencia de problemas sin solución. No obstante, es un poco cruel hacer buscar a los alumnos una situación inexistente. Para evitarlo, dejemos la crueldad para el mundo real, puede dejarse la arista vertical desde 1 a 4 en negro. Con las restantes aristas se puede evitar la formación de triángulos y, por último, al colorear de rojo o azul esta última arista, inevitablemente se forma un triángulo.

Si os animáis a utilizar esta actividad, puede descargarse una plantilla en el siguiente enlace:

http://conexionmatematica.catedu.es/download/ramsey.docx

Reto del otoño

Planteo a mis fieles lectores el siguiente pasatiempo, mucho más complicado que el del número anterior. Es una versión personalizada del juego inventado por el matemago Fitch Cheney.

Un espectador elige una carta de la baraja española y luego cuatro cartas que no tienen nada que ver con la primera. Pulsando el botón Bailar, las cartas bailan y el mago trata de adivinar la carta escondida.

El reto consiste en averiguar de forma razonada la carta escondida en la imagen. Alguna pista: las dos últimas cartas esconden el palo, las tres últimas el número y la primera indica si es mayor que seis. Para jugar la aplicación se encuentra en el siguiente enlace <http://193.234.225.118/azar/fitch-cheney/cards.html>.

Si resolvéis el reto o queréis más pistas, os recuerdo nuestra página de contacto:

http://conexionmatematica.catedu.es/contacto/

Conexión Matemática en el CEIP María Moliner de Fraga

por
Luis Guiral
(CEIP María Moliner, Fraga)

La semana del 5 al 9 de marzo de 2018 se decidió romper con el horario lectivo y poner el colegio *patas arriba* mediante la realización de talleres manipulativos relacionados con las matemáticas.

Se decidió optar por la bonita locura de dejar el currículo a un lado para realizar talleres, juegos y actividades que supusieron un cambio radical en el trabajo de aula de nuestro centro. Gracias a la colaboración de todo el equipo docente se diseñaron una serie de actividades tomando como eje vertebrador las matemáticas.

La costosa preparación y organización previa, dio sus frutos al fin. Desde infantil hasta primaria, todos los alumnos pudieron disfrutar de los talleres elaborados por los maestros que imparten el área de matemáticas en el centro, junto con la colaboración de los demás docentes. Este esfuerzo conjunto hizo que todo saliese a pedir de boca y que niños y mayores nos divirtiésemos de una forma diferente.

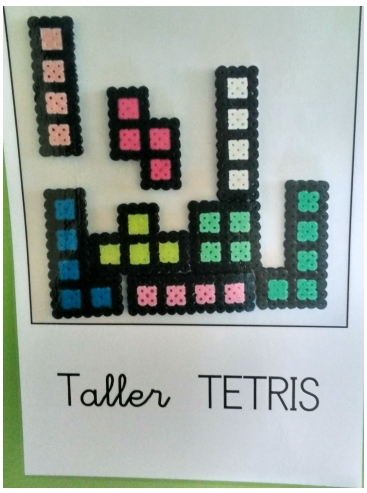
La semana comenzó con la asistencia a nuestro centro de Alejandro Beltrán que realizó con los alumnos de 1.º y 2.º de Primaria el taller de «Matemáticas manipulativas». Los niños aprendieron de primera mano y sin darse cuenta a sumar, restar, multiplicar e incluso dividir experimentando con los materiales proporcionados. La mejor manera de aprender es haciendo.

Otro de los talleres provenientes del proyecto fue el que David Serrano mostró a los alumnos de 5.º y 6.º de Educación Primaria. El taller llamado «Lógica matemática» consistía en trabajar las matemáticas sin ser conscientes de ello. Realizamos varios juegos junto a los niños, que solamente podíamos resolver por medio de la elaboración de estrategias lógicas. Los niños quedaron encantados y adquirieron aprendizajes significativos.

Otra de las actividades que nos proporcionó el programa fue una exposición llamada: *En todas partes ¡Matemáticas!*. Consistía en cómo las matemáticas han influido e influyen en nuestro día a día en aspectos que, si no reflexionásemos, no percibiríamos (diseño de productos, elaboración de códigos cifrados, fabricación de objetos, deportes, diseño de edificios…). Esta exposición compuesta por carteles, imágenes y material manipulativo contenía una serie de actividades que los niños pudieron realizar en el salón de actos del centro.

Junto con la exposición externa, en el centro decidimos pedir a las familias que nos trajesen fotografías del entorno en las que apareciesen figuras geométricas o cuerpos geométricos. Así los niños podían identificar estas figuras en la realidad.

El equipo docente de primaria realizó cinco talleres rotativos divertidos, originales y muy bien organizados. Todos los alumnos de primaria del centro pudieron pasar por estos talleres:



1. *Tetris*. Este taller estaba subdividido en dos. Mientras unos jugaban al Tetris por parejas en los ordenadores para intentar conseguir la mejor puntuación, otros realizaban piezas de Tetris con sus manos utilizando el material «Hamma». A mitad del taller los alumnos se intercambiaban. Este juego posteriormente se quedará en el centro como juego de mesa y se podrá utilizar en días en los que salir al patio se complique debido a la meteorología.
2. *Mural fusión: tangram y poesía*. En este taller los alumnos compusieron, con un tangram cada uno, figuras a partir de modelos dados y libres, con y sin las líneas divisorias, dependiendo de su nivel.

Finalmente, fueron pegando las composiciones realizadas en un macro mural conjunto. Las diferentes temáticas fueron: poesías matemáticas, series numéricas, letreros, etc. Una vez pegado se decoró con diferentes técnicas plásticas.

3. *Juegos por estaciones.* En este taller se optó por realizar cuatro dinámicas breves totalmente diferentes. En la primera (el palo colgante) los alumnos debían meter un bolígrafo colgado de un hilo en un botella con los ojos cerrados y con la ayuda de las indicaciones (derecha, izquierda, delante, detrás, arriba, más, menos…) de un compañero. En la segunda, mientras un niño describía un dibujo en lengua inglesa en el que había varios objetos construidos a través de formas geométricas, otros compañeros debían realizar el dibujo siguiendo sus indicaciones. En la tercera estación, los alumnos debían hacer lo que el profesor les dijese, desde formar un triángulo entre varios a caminar siguiendo unas direcciones específicas. Y en la cuarta estación los alumnos se ponían por parejas y con los ojos vendados, uno hacía de guía y el otro debía seguir las instrucciones para realizar unas pruebas.

4. *Rob-oca.* Consistió en mezclar la robótica con la gamificación y las matemáticas. Gracias a la colaboración del CIFE de Huesca, dispusimos en nuestro centro de los «BeeBots» durante toda la semana.

   El juego en el que los «Beebots» eran los protagonistas, consistía en ir superando una serie de pequeñas pruebas respondiendo correctamente a unas tarjetas. Los niños utilizaron los «Beebots» para desplazarse por los tableros preparados (para poder mover el «Beebot» debían responder correctamente a la pregunta y tirar el dado, que les decía cuántas teclas podían presionar). Cuando llegaban a determinadas casillas, para poder continuar debían superar las pruebas que les tocaban. Dichas pruebas consistían en enigmas, acertijos, problemas matemáticos… Los niños se agrupaban por equipos y el objetivo era finalizar el juego antes que el equipo contrario. En resumen, este juego era la mezcla del Trivial con la Oca y siendo las fichas los «Beebots».

5. *Kahoot + Desarrollos geométricos*. Este taller se subdividió en dos. En cuanto al Kahoot se desarrollaron una serie de preguntas relacionadas con los contenidos matemáticos de cada curso utilizando una aplicación informática que simula un concurso. Estas preguntas se centraron en hacer un repaso por los aprendizajes asimilados a lo largo del curso y desarrollar capacidades, aptitudes y competencias matemáticas a través de la resolución de distintos problemas, cálculos mentales y otras operaciones más complejas. Los alumnos formaron equipos para poder resolver las distintas situaciones complejas que se les iban a presentar.

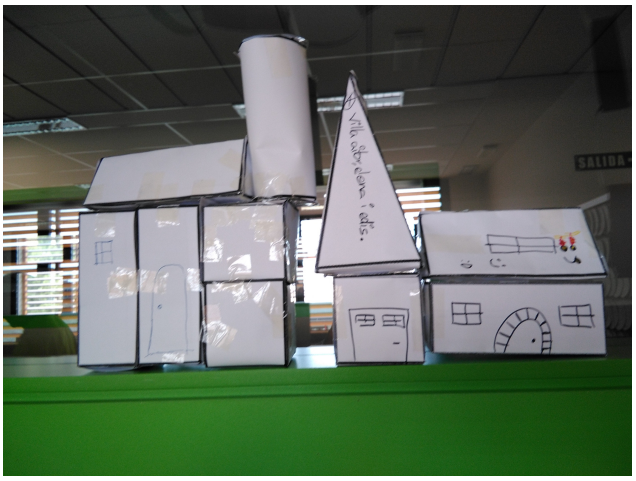
   En cuanto a los desarrollos geométricos, cada grupo de niños escogía una figura compleja (un castillo, una casa…) y se les daban los desarrollos de los cuerpos geométricos necesarios para formarla.

Los *alumnos de infantil* también fueron partícipes de esta semana matemática. En su caso, los alumnos al llegar a las aulas se encontraban un globo en el cual se escondía el reto matemático del día. Los retos eran los mismos en todas las aulas, pero adaptados a cada uno de los niveles.

— *Torre de vasos.* El objetivo era construir entre todos una torre de vasos. El número más alto debía de estar en lo alto de la torre. Se necesita precisión e identificar el valor de cada número.
— *Caja mágica*. Magia y números. Tras recordar las cantidades que aparecen en las 9 cartas, se elige una para hacerla desaparecer. Al mostrar el resto de cartas, debían adivinar qué carta había desaparecido.
— *Cuento y números*. A través de diferentes cuentos previamente seleccionados como «Diez gallinas», «Contamos Leones», «Leopolda»…, se han reforzado distintos conceptos matemáticos.
— *Magia de colores.* Utilizando 4 botellines llenos con diferentes cantidades de agua e identificados cada uno con una figura geométrica hemos tratado de darles color. Las hemos ordenado según cantidad de agua y tras taparlas, decir unas palabras mágicas y una buena agitación, el agua ha cambiado de color. ¿Qué escondía cada tapón?
— *Next.* A través de una historia narrada o resolución de alguna situación real hemos introducido la robótica en el aula. El reto consistía en llevar a Next tras las indicaciones que se considere a su objetivo. (Búsqueda de ingredientes, números, reproducir el orden de una historia, solución de adivinanzas…).

Durante esta semana en el hall de infantil y en la sala de psicomotricidad se han montado varias estaciones donde, por parejas, los niños tenían que «ordenar» según diferentes criterios: pesos, cantidades, grosor, color, tamaños…

Todos disfrutamos mucho y aprendimos junto a nuestros alumnos. La verdad es que todo salió muy bien y pudimos ver cómo nuestros alumnos y alumnas aprendían y reforzaban los contenidos adquiridos de una forma competencial.



Director: Ricardo Alonso Liarte (IES Salvador Victoria, Monreal del Campo)

Consejo de Redacción: Alberto Elduque Palomo (Departamento de matemáticas de la Universidad de Zaragoza), M.ª Ángeles Esteban Polo (CEIP Josefa Amar y Borbón, Zaragoza), Mario Escario Gil (IES Pirámide, Huesca).

Entorno Abierto es una publicación digital bimestral que se edita en Zaragoza por la Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas. *Entorno Abierto* no se identifica necesariamente con las opiniones vertidas en las colaboraciones firmadas.

Envío de colaboraciones a <sapmciruelos@gmail.com>

Blog: <http://sapmatematicas.blogspot.com.es/>

Twitter: @SAPMciruelos

Web: <http://sapm.es>

Septiembre de 2018
ISSN: 2386-8821e

BY NC SA