

Boletín digital de la Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas

> Número 30 Septiembre de 2019

No cabe duda de que la noticia del verano ha sido, para nosotros, la puesta en marcha del Museo de Matemáticas del Monasterio de Casbas. El museo, impulsado por el IUMA y la SAPM, se ha podido instalar en el monasterio gracias al papel jugado por Julio Bernués, quien es miembro de la junta de la SAPM, forma parte del IUMA y es uno de los voluntarios que trabaja con denuedo en las diferentes actividades que le han devuelto la vida al monasterio. Sin el papel central de Julio no se podría haber puesto en marcha tal y como se ha hecho.

El proyecto del museo se va desarrollando en varias fases. La primera han sido las visitas de público en general que empezaron el 13 de julio y acabaron el 22 de septiembre. Abriendo solo sábados y domingos han pasado por Casbas más de 1500 personas, cantidad que supera cualquier expectativa que tuviéramos. Empezamos ahora la segunda fase con las visitas de centros escolares. Cada lunes y viernes hay dos turnos y ya están completos hasta el 22 de noviembre, que es cuando se da por finalizada esta fase.

¿Qué viene después? Eso está por ver, pero el proyecto tiene que seguir adelante, pues ha quedado demostrado que hay demanda. Ahora toca reflexionar, recabar apoyos (sobre todo matemáticos de todos lo campos que se sumen al equipo), mejorar aspectos, actualizar y ampliar contenidos... El museo tiene que servir como herramienta divulgativa, pero también educativa; las matemáticas se pueden aprender en muchos contextos, no solo en el aula. Pero también tiene que suponer un punto de encuentro de matemáticos (profesores de diferentes ámbitos, pero también ajenos a la educación) que trabajan de manera conjunta para enriquecer el proyecto.

Con el inicio de curso, empiezan a rodar algunas de las actividades de las que la SAPM forma parte. Ya se ha cerrado el plazo para presentar proyectos al programa Conexión Matemática y durante el primer trimestre se sabrán qué centros participan este curso y se celebrará la reunión con todos los coordinadores del centro. Este año hay cambios con lo que respecta a las personas que lo coordinan por parte de la SAPM: Ricardo Alonso y el abajo firmante son sustituidos por Maite Aranés y Arancha López. Estamos seguros de que el cambio de personas conllevará una evolución en el programa.

Pero también hay cambios en la propia junta de la SAPM. Aunque los *nuevos* fueron elegidos en enero, es durante este curso cuando se deberían notar los posibles cambios. Es de prever que sigamos con las actividades de *éxito*, como pueden ser la olimpiada, jornada de matemáticas en la calle o la JEMA (toca en 2021 la cuarta), aunque lo lógico sería que se incluyeran novedades.

DANIEL SIERRA RUIZ Presidente de la SAPM



Éxito en la XXX Olimpiada Matemática Nacional de 2.º ESO

Lesson study para innovar en matemáticas

Un ejemplo de ABP: Concurso de detectives estadísticos

Un problema de ranas

Flores de colores: Sumar y restar con GeoGebra

Semana de Conexión Matemática en el IES Goya



Éxito en la XXX Olimpiada Matemática Nacional de 2.º ESO

por
M.ª ÁNGELES ARROYO GARCÍA
(IES Élaios, Zaragoza)

Un año más, sesenta alumnos procedentes de las diecisiete Comunidades Autónomas españolas, de la Ciudad Autónoma de Melilla y del Principado de Andorra, han participado en la fase nacional de la Olimpiada que este año ha tenido lugar en Jaén y en la que dos de nuestros representantes han obtenido sendos premios, uno en la prueba individual y otro en el nuevo concurso *Aventuras Matemáticas*.

Todos ellos habían realizado, previamente, varias competiciones matemáticas en sus Comunidades y habían salido airosos de todas ellas. Por ello, este encuentro era en realidad una celebración de campeones matemáticos.

En efecto, nuestros tres representantes: Javier Badesa Pérez, Zhang de Lin Zou y Jorge Ibarzo Gracia, habían sido seleccionados en la semifinal de la XVIII OMA (Olimpiada Matemática Aragonesa) celebrada el 6 de abril en la que participaron más de 1250 alumnos de toda la Comunidad. Además, fueron finalmente los elegidos de entre los 105 finalistas que el 12 de mayo realizaron la final de la Fase Aragonesa. De los ocho ganadores de la misma (Javier Badesa Pérez, Lorién Blasco Atarés, Rubén Díaz Balfagón, Jorge Ibarzo Gracia, Claudia Lahuerta Benito, Zhang de Lin Zou, Rafael Salazar Delcazo y Ana Sofía Pérez Martínez) Javier, Zhang de y Jorge fueron proclamados representantes de Aragón en el marco incomparable de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Zaragoza.

En la Fase Nacional de la XXX edición de la Olimpiada, durante cinco días intensos, del 26 al 30 de junio, nuestros olímpicos han realizado una prueba matemática individual, dos pruebas por equipos y una actividad de matemáticas en la calle. Además, han podido visitar Jaén y otros pueblos de la provincia, a pesar de unas condiciones atmosféricas nada deseables a causa de la ola de calor.

Por otro lado, la organización de Jaén ha agasajado a estos jóvenes visitantes con numerosas recepciones en el Ayuntamiento y Universidad de Jaén así como en los Ayuntamientos de Alcalá La Real, Baeza y Cazorla, ciudades todas ellas monumentales desde el punto de vista histórico, artístico y natural.

Además del recorrido matemático y turístico por Jaén o Baeza, nuestros alumnos han tenido ocasión de disfrutar del parque aventura de Cazorla y se han podido refrescar en alguna que otra piscina.



Javier Badesa Pérez recibiendo la mención de honor de la prueba individual (Universidad de Jaén)



El jueves 27 de junio realizaron la prueba individual en la Universidad de Jaén resolviendo seis problemas durante dos horas. Uno de los representantes de Aragón, Javier Badesa Pérez, ha obtenido una de las seis menciones de honor de dicho concurso. Estas seis menciones son igualitarias, siguiendo la tradición de anteriores olimpiadas, y destacan a unos pocos participantes de entre un grupo de auténticos campeones ya que todos ellos han sido ganadores de las olimpiadas locales de sus Comunidades de procedencia.



Alumnos olímpicos, monitores y profesores en la Fortaleza de la Mota en Alcalá La Real

El viernes 28 de junio, los alumnos, organizados en quince grupos de cuatro, realizaron una prueba por equipos por la Fortaleza de la Mota de Alcalá La Real enfrentándose a siete desafíos matemáticos que debían resolver en dos horas. Esta prueba tuvo como novedad el ser monitorizada por otros alumnos, en este caso, estudiantes de secundaria de dicha localidad.

El sábado 29 de junio, el Ayuntamiento de Cazorla preparó en la plaza de la Corredera de dicha localidad un espacio con mesas, sillas (¡y sobre todo, varias carpas!) para que los olímpicos pudieran realizar una prueba de velocidad en la que tuvieron que resolver ocho problemas matemáticos en un tiempo de cinco minutos máximo por cada problema. A continuación, y en el mismo espacio, la organización ofreció juegos matemáticos para todo el que quisiera jugar: alumnos olímpicos, profesores y transeúntes de Cazorla frente a puzles, juegos de simetría, cubos de Rubik, juegos de ingenio, ajedrez... ¡hasta construyeron la cúpula de Miguel Ángel! En definitiva, un paraíso para los amantes de la lógica y el ingenio. Tras refrescarse en la piscina y tras un espectacular pero algo asfixiante paseo por los alrededores de Cazorla, nuevos juegos, esta vez de aventura, pusieron el colofón a este día.





Prueba de velocidad por equipos en Cazorla









Jorge Ibarzo Gracia leyendo su relato ganador (Universidad de Jaén)

En la clausura de esta XXX Olimpiada Matemática, celebrada el domingo 30 de junio, estuvieron presentes numerosas autoridades (subdelegado del Gobierno de Andalucía, subdelegado provincial de Educación de Jaén, concejal del ayuntamiento de Jaén, el rector de la Universidad de Jaén, la viceconsejera de Educación de Andalucía, el presidente de la FESPM y el secretario de la Sociedad Andaluza de Profesores de Matemáticas «Thales») Todos ellos felicitaron a los participantes y entregaron los premios de la prueba individual, las dos pruebas por equipos, la de fotografía matemática y un premio correspondiente a un nuevo concurso llamado *Aventura matemática* cuyo objetivo es que los alumnos den a conocer su experiencia durante todo el proceso de la Olimpiada, fase local, autonómica y nacional, en forma de relato. Este, en su primera edición, fue ganado por nuestro representante aragonés Jorge Ibarzo Gracia, quien leyó con voz firme su relato delante de todo el público: autoridades, organización, participantes, profesores y familiares.

A continuación, dejo paso a nuestros tres protagonistas para que nos relaten la experiencia vivida en esta nueva edición de la Olimpiada Matemática.

La aventura de las Matemáticas

por Javier Badesa Pérez

Me considero un chico normal, que vive en una ciudad normal, y va a un colegio normal. Supongo que hasta aquí todo normal, ¿no? Pero sucedió un hecho extraordinario tan inusual como el primo de Grothendieck. Los alumnos de 2.º de la ESO estaban de viaje para la fecha de la semifinal, así que tocaba activar el plan B y, mira por donde, ese plan era yo. Marta, mi profe de mates, ya sabía que esto se me daba bien y me propuso ir. Ella no había pasado por alto la cantidad de fórmulas, ecuaciones, derivadas, jacobianos del sistema y demás lindezas que voy garabateando en mis carpetas. No veía el momento de que llegase el día y, cuando quise darme cuenta, allí estaba yo, sentado y esperando a que me diesen la hoja con los tres primeros problemas.

Mi cerebro se puso manos a la obra y al leer los enunciados una sonrisa echó a los nervios a patadas, todo tenía sentido. Lo había bordado, tocaba descanso y estaba más contento que un número feliz. Pero a la vuelta me quedé en blanco con uno de los problemas y los nervios tomaron el control. No sabía si pasaría a la final regional y los días siguientes fueron interminables hasta que por fin mi padre me dio la sorpresa... ¡estaba en la final!





Delegación aragonesa participante en la XXX OMN

La final se realizó en el Aula Magna de la Universidad, un lugar impresionante. Estaba muy contento de cómo había resuelto los problemas, pero era consciente que había gente muy buena y que sería muy difícil pasar a la Olimpiada Nacional. Aunque me hacía ilusión, estar allí ya era un gran premio. Así que cuando me nombraron entre los ocho finalistas y después entre los tres que representaríamos a Aragón en la Olimpiada Nacional fue increíble.

A partir de ahí, todo fue una fantástica aventura que comenzó con un viaje en AVE y autobús hasta llegar a Jaén donde nos recibieron con un café con ciencia y la creación de equipos con piezas de puzle. El jueves realizamos las pruebas individuales y pensé que no me habían salido mal del todo, pero con el paso de las horas un montón de dudas se agolpaban en mi cabeza. La tarde en la piscina nos sirvió para aliviar el calor y los nervios y la visita nocturna por Jaén fue fantástica. Eso sí, en la presentación de los problemas nos moríamos de sueño. El viernes y



Los seis alumnos que recibieron la mención de honor en la prueba individual (Universidad de Jaén)



el sábado estuvieron marcados por las pruebas de grupo y de velocidad en las que hicimos equipo con chicos y chicas de otras delegaciones. Fue muy divertido trabajar en equipo y conocer a gente nueva. Además, visitamos ciudades como Alcalá la Real, Baeza y Cazorla; nos recibieron en los ayuntamientos, visitamos museos, realizamos matemáticas en la calle, piscinas, travesía por el río, el parque natural de Cazorla...

Han sido unos días maravillosos conociendo nuevos lugares y nuevos amigos gracias a las Matemáticas, a ver quién se atreve a decirme que las mates no son divertidas.

Relato de la Olimpiada por Zhang de Lin Zou

Al principio, mi profesor de matemáticas me dijo que participara en la Olimpiada Matemática de Aragón. Participé en la olimpiada, y en mayo entré a la final y gané la final. Luego, el profesor me dijo que tenía que ir a Jaén para participar en la Olimpiada Matemática de España el día 26/30 de junio.

Fuimos a Jaén primero en AVE y luego en bus.

En el primer día hicimos la prueba individual, era un poco difícil, pero también era muy entretenido. En el segundo y tercer día hicimos pruebas de grupo y de velocidad, también era muy interesante.

También fuimos a visitar los museos, hicimos algunas visitas nocturnas, fuimos a la piscina, también al parque de aventura y mates en la calle que era lo que más me gustaba, también hice muchos amigos en Jaén.

Aprendimos muchas cosas sobre matemáticas. Muchas gracias a los profesores que me han ayudado.

Que me lo he pasado muy bien y me he gustado mucho.

Mi experiencia en la Olimpiada

por Jorge Ibarzo Gracia

Mi experiencia en la Olimpiada Matemática fue... bueno, ya encontraré la palabra después. De momento, usaré genial, pero no os quedéis con esa, es solo provisional.

A mí siempre me han fascinado las matemáticas y su conexión con todo. Pues debido a eso me apunté a la Olimpiada Matemática cuando iba a primero de la ESO. Pues... no pasé de la primera prueba. La segunda vez me fue mucho mejor, mi trabajo dio sus frutos. Pasé a la final nacional en Jaén.

Mi experiencia allí fue... mmmmmm... pues nada, no la encuentro. Seguiremos con genial. Y no porque clavara las pruebas o porque supiera todas las respuestas (porque sinceramente no fue así, ¡madre mía, qué problemas más enrevesados!), sino porque no saberlas me ayudó a aprender muchísimo de matemáticas. Pero ahí no acaba la cosa, porque yo diría que lo más importante fue que salí de allí con más amigos de los que tenía cuando entré (sí, sí, hice amigos gracias a las mates, ¿cómo os quedáis?).

Bueno, en resumen, una experiencia... para vivirla. Os recomiendo que si os gustan las matemáticas no os lo penséis dos veces, porque os merecerá la pena.



Alumnos olímpicos y profesores en la Fortaleza de la Mota



Lesson study para innovar en matemáticas

pol

SERGIO MARTÍNEZ-JUSTE Y AURORA DOMENECH PENÓN (IES Pilar Lorengar, Zaragoza)

En este trabajo queremos presentar y explicar el proyecto de innovación ¹ «Cooperación docente: Metodología *Lesson Study* para innovar en matemáticas» que llevamos a cabo durante el curso 2018-2019 en el IES Pilar Lorengar de Zaragoza. El proyecto se centra en la línea de innovación: «Competencia Matemática» y su idea fundamental es la introducción de metodologías de investigación para la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje, en concreto nos planteamos la realización de Estudios de Clase (del término inglés *Lesson Studies*).

Durante el proyecto, nos centramos en las siguientes tres unidades didácticas de 1.º de ESO: Fracciones, Proporcionalidad Aritmética y Probabilidad, todas ellas asociadas al número racional positivo. Los conceptos y procedimientos asociados al número racional son unos de los contenidos curriculares de matemáticas más importantes desde los últimos años de la Educación Primaria hasta los primeros cursos de la Educación Secundaria. Sin embargo, en las últimas décadas, algunos de los principales investigadores en didáctica de las matemáticas aragoneses, han puesto de manifiesto las carencias de los estudiantes, también los de nivel universitario, en la comprensión de los conceptos relacionados con el número racional. Además, han trabajado y avanzado en diferentes propuestas de enseñanza en primaria y secundaria. A pesar de este trabajo, el peso de la tradición educativa, la escasa formación permanente del profesorado en temas relacionados con la didáctica de la matemática y el papel central que siguen ocupando los libros de texto en el quehacer docente, suponen obstáculos para que dichas propuestas tengan una amplia difusión.

Nuestro proyecto de innovación tiene, por tanto, un doble objetivo. Por un lado, mejorar la competencia matemática de los alumnos, centrándonos en la mejora del aprendizaje de los contenidos asociados al número racional. Por otro, mejorar los procesos de enseñanza del departamento de matemáticas implantando una metodología de trabajo cooperativo basada en la realización de «Estudios de Clase» (*Lesson Studies*).

Mejora de la competencia matemática del alumnado a partir de una innovación curricular

La innovación curricular que abordamos nace de la preocupación por encontrar modelos reales de enseñanza que den significado a los conceptos matemáticos empleados y a las técnicas utilizadas en la resolución de problemas. Solo de esta forma podemos intentar que el alumno construya el conocimiento y no se resuelva su educación matemática mediante la repetición de métodos algorítmicos. Esta preocupación comienza en los significados de los distintos tipos de números y de las operaciones entre ellos. En concreto, de los diferentes significados del número racional y los diferentes modelos a partir de los que puede construirse el concepto de fracción, sus propiedades y sus operaciones.

Apoyándonos en la investigación en didáctica de las matemáticas realizada en la Universidad de Zaragoza, se pretende introducir una enseñanza basada en modelos concretos que se inicia con la manipulación de objetos y tareas de investigación y autodescubrimiento. Se reducen por tanto las actividades descontextualizadas y se amplía la tipología de problemas tratados en el aula para propiciar una mejora de la competencia matemática. De esta manera se introducen problemas ricos y diversos y actividades para mejorar y evaluar el sentido numérico (actividades en las que el alumno debe reflexionar sobre los datos numéricos y las operaciones involucradas y su significado y obtener respuestas sin necesidad de realizar cálculos algorítmicos) y la creatividad mediante invención de enunciados de problemas (los alumnos crean situaciones realistas que se modelizan mediante los conceptos, significados y operaciones que se han trabajado en clase).



Mejora de los procesos de enseñanza de los profesores del departamento de matemáticas a partir de una innovación metodológica

El proyecto se construye alrededor de la creación de un grupo de trabajo cooperativo de profesores dentro del departamento de matemáticas del centro para: definir los problemas habituales en la enseñanza de los contenidos que nos hemos planteado mejorar; diseñar unidades didácticas que intenten solucionar dichos problemas; experimentar con los alumnos las unidades creadas mientras el resto del grupo observa la puesta en práctica; recoger evidencias sobre el aprendizaje de los alumnos para después analizar dichas evidencias; revisar las unidades didácticas para futuras implementaciones; experimentar de nuevo las unidades didácticas en otro grupo y repetir el proceso anterior; difundir la experiencia en un contexto más amplio.

La anterior metodología de trabajo recibe el nombre de *Lesson Study* (estudio de clase o práctica docente compartida). Dicha metodología surge del modelo educativo japonés y se introdujo en los sistemas educativos anglosajones hace dos décadas para intentar mejorar sus resultados en las evaluaciones internacionales, especialmente en competencia matemática. Su característica más llamativa es que el trabajo cooperativo llevado a cabo por los docentes no se circunscribe exclusivamente al diseño de las unidades didácticas y al análisis de los resultados. El grupo cooperativo entra en la clase de uno de sus miembros para observar cómo el docente lleva a cabo la propuesta diseñada y poder observar cómo los alumnos reaccionan ante dicha propuesta. Posteriormente la observación se repite en al menos un segundo ciclo en otro grupo para ir progresivamente mejorando tanto el proceso de enseñanza de los miembros del grupo como la propuesta didáctica para obtener mejores resultados con los alumnos.

Esta característica de observación mutua dentro del clase es la que convierte a esta metodología en una herramienta muy potente de formación del profesorado. No se trata de observar a un profesor novel para evaluarlo o a un profesor experimentado para aprender de su práctica, se trata de crear una unidad didáctica de forma conjunta y de observar el funcionamiento de su puesta en práctica por otro miembro del grupo (todos de la misma especialidad). Además, los profesores deben proveerse de instrumentos para evaluar la puesta en práctica de las unidades para poder realizar un análisis efectivo de lo acontecido en el aula. En la segunda fase el profesor observado pasa a ser observador y uno de los observadores pasa a ser observado.

La metodología *Lesson Study* se enmarca dentro del paradigma de Investigación-Acción (Elliot, 2015) en el que el propio docente ejerce de investigador para mejorar su práctica educativa. Por tanto, nuestro proyecto recoge el espíritu del principio educativo «el fomento y la promoción de la investigación, la experimentación y la innovación educativa» recogido en el artículo 1.n) de la LOE (no modificado por la LOMCE).

La potencia de esta herramienta para la formación del profesorado y para el desarrollo y cambio curricular (Lewis, Perry y Murata, 2006), choca con las características organizativas del sistema educativo público español, ya que es realmente complicado que varios docentes de un mismo departamento puedan entrar a todas las sesiones de un mismo grupo de alumnos.

¿Cómo se puede implantar esta metodología en un centro de secundaria?

Para la creación del grupo de trabajo colaborativo se optó por solicitar un seminario de formación incluido en el plan de formación del centro. Esta estructura de seminario permitió procurar unos espacios y tiempos comunes para el asesoramiento, el debate, el análisis y la reflexión. Esta estructura permite tener un pequeño reconocimiento con las horas de formación y algunos recursos económicos para conseguir el asesoramiento externo por expertos.

La dificultad organizativa a la que hemos aludido anteriormente para poder llevar a cabo una observación dentro del aula se solventa en este proyecto gracias a la colaboración de lajefatura de estudios del IES. La organización desde principio de curso garantizó que en los dos grupos de 1.º de ESO con mayor número de alumnos, y con mayores dificultades de aprendizaje, dos profesores del departamento pudieran tener horarios que permitían realizar la observación dentro del aula en todas las sesiones de clase de los grupos involucrados. Para ello se utilizaron algunas horas de desdoble asignadas al departamento conectadas en los horarios, y la conexión de horas no lectivas con el resto de las sesiones de los grupos para cubrir todo el horario. El resto de los profesores del departamento ha podido unirse a la observación en algunas sesiones sueltas.



¿Qué hemos hecho concretamente en el proyecto?

En cada trimestre del curso escolar hemos realizado 2 sesiones de 4 horas del seminario de formación. Decidimos dedicar las sesiones de cada trimestre a estudiar y diseñar una Unidad Didáctica (UD) para 1.º de la ESO diferente. En el primer trimestre la UD para la fracción, en el segundo trimestre la UD para la proporcionalidad aritmética y en el tercer trimestre la UD para la probabilidad. En una de las sesiones de cada trimestre hemos contado con profesorado experto en didáctica de la matemática de la Universidad de Zaragoza. En el primer trimestre se contó con José María Muñoz Escolano, profesor contratado doctor en el área de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Zaragoza. En el tercer trimestre el asesor fue Pablo Beltrán Pellicer, doctor en Didáctica de la Matemática, profesor de educación secundaria en el IES Valdespartera y profesor asociado de la Universidad de Zaragoza. En el segundo trimestre el asesoramiento corrió a cargo de uno de los autores de este artículo, Sergio Martínez Juste, doctorando de Didáctica de la Matemática, profesor asociado en esta área de la Universidad de Zaragoza y profesor del IES Pilar Lorengar.

Temporalización	Unidad Didáctica	N. de sesiones	Experto asesor	
Noviembre – Diciembre	Fracción	14-16	José M. Muñoz Escolano	
Febrero – Marzo	Proporcionalidad	12-13	Sergio Martínez Juste	
Junio	Junio Probabilidad		Pablo Beltrán Pellicer	

Tras el asesoramiento, hemos elaborado y experimentado en dos ciclos de «Estudios de Clase» en dos grupos de 1.º de ESO una UD innovadora para la fracción. Esta UD está inspirada en las ideas de Escolano y Gairín (2007). Algunas de las ideas en las que se basa esta unidad se presentaron en la III Jornada de Educación Matemática en Aragón (III JEMA).

Para el segundo trimestre adaptamos y experimentamos una UD elaborada previamente para la tesis doctoral de uno de los autores, basada en la de Oller-Marcén (2012). Algunas de las ideas de esta propuesta pueden consultarse en Martínez-Juste, Muñoz-Escolano, Oller-Marcén y Pecharromán (2015). Mientras que en el tercer trimestre se elaboraró y experimentó una secuencia corta, de 4 o 5 de sesiones, para la enseñanza de la probabilidad a partir del asesoramiento de Pablo Beltrán y sus investigaciones en didáctica de la probabilidad (Beltrán-Pellicer, 2016; Beltrán-Pellicer y Godino, 2017, Beltrán-Pellicer, Godino y Giacomone, 2018).

Durante la experimentación tanto el profesor observador como el que impartía la lección recogimos información con diferentes instrumentos: diario de clase, fichas de observación, producciones de los alumnos y pruebas escritas. Dicha información nos sirvió de base para reflexionar sobre las UD y sobre nuestra propia práctica para intentar mejorar las UD en el siguiente ciclo de experimentación.

¿Qué hemos conseguido?

Uno de los resultados obvios del trabajo ha sido elaborar (en el caso de la proporcionalidad, adaptar) tres UD que se separan de la enseñanza tradicional, que promueven un aprendizaje constructivista y que incorporan los avances en educación matemática hechos desde la investigación. Además de las UD propiamente dichas, se han elaborado materiales de refuerzo, materiales de ampliación, material manipulativo y recursos informáticos. La guía docente necesaria para que puedan ser reproducidas las UD por otros docentes está en proceso de elaboración, pero podemos compartirla con todos aquellos docentes interesados.

Si nos centramos en los alumnos, hemos conseguido que se enfrenten a más tipos de situaciones problemáticas de lo que lo hacían con UD tradicionales, y que aprendan matemáticas mediante autodescubrimiento guiado. Al poner el foco en los conceptos y no en los procedimientos, hemos promovido la reflexión, la adquisición del sentido numérico y la conexión de diferentes formas de representar los conceptos. Por último, hemos observado mejoras en la afectividad de los alumnos hacia la asignatura, hecho que ha promovido un incremento de la calidad y la cantidad de trabajo de los alumnos.



A nivel profesional, los miembros del grupo colaborativo han recibido formación específica en didáctica de la matemática y han realizado experimentos de investigación en el aula. Además, la observación mutua promueve la reflexión sobre nuestra práctica.

Reflexiones y conclusiones finales

La introducción de los «Estudios de Clase», o metodologías cooperativas y de observación mutua entre profesores, es una tarea pendiente en el sistema educativo español que ha demostrado su eficacia en otros países. A pesar de los obstáculos organizativos, hemos mostrado en este trabajo cómo es posible crear grupos colaborativos y observar y analizar a nuestros compañeros durante sus clases.

El diseño y revisión colaborativa y la puesta en práctica de UD en un centro de secundaria promueve la coordinación interna del departamento, la revisión y actualización de la programación didáctica y puede mejorar el ambiente de trabajo.

La posibilidad de entrar dos profesores en el aula, no de forma esporádica, sino de forma constante en el desarrollo de las UD objeto del proyecto ha tenido como consecuencia la mejora de la atención de los alumnos dentro del aula. De esta forma, el proyecto se convierte también en una medida de atención a la diversidad.

Las posibles reticencias, los posibles miedos y nervios por dejarse observar dentro del aula se van venciendo conforme pasan las sesiones y se convierten en una práctica enriquecedora y sana. El observador debe aprender a observar los procesos de enseñanza y aprendizaje y a transmitir las posibles deficiencias observadas. El profesor observado debe aprender a aceptar las sugerencias que los compañeros puedan hacerle sobre su práctica.

Durante todo el proceso, las secuencias didácticas van mejorando y consolidándose al realizar diferentes ciclos de experimentación. El ritmo de aprendizaje, algo más lento al basarse en el autodescubrimiento, es compensado por el resto de las ventajas que supone esta forma de trabajar.

Referencias

- Beltrán, P. (2016), Evaluación de la idoneidad didáctica de una experiencia de enseñanza del azar y probabilidad en tercer curso ESO (Trabajo Fin de Máster no publicado), Universidad de Granada, Granada, España. http://www.ugr.es/~jgodino/Tesis_master/TFM_PBeltran.pdf>.
- BELTRÁN, P., y J. D. GODINO (2017), «Aplicación de indicadores de idoneidad afectiva en un proceso de enseñanza de probabilidad en educación secundaria», *Perspectiva Educacional*, 56(2), 92-116.
- BELTRÁN, P., J. D. GODINO y B. GIACOMONE (2018), «Elaboración de indicadores específicos de idoneidad didáctica en probabilidad: Aplicación para la reflexión sobre la práctica docente», *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32(61), 526-548.
- ELLIOT, J. (2015), «Lesson and Learning study and the idea of the teacher as a researcher», *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 29(3), 29-46.
- ESCOLANO, R., y J. M. GAIRÍN (2005), «Modelos de medida para la enseñanza del número racional en Educación Primaria», *Unión:* Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 1, 17-35.
- Lewis, C., R. Perry y A. Murata (2006), «How should research contribute to instructional improvement? The case of lesson study», *Educational Researcher*, 35(3), 3-14.
- MARTÍNEZ, S., J. M. MUÑOZ, A. M. OLLER y C. PECHARROMÁN (2015), «Una propuesta innovadora para la enseñanza de la proporcionalidad aritmética en el primer ciclo de ESO», En Consejería de Educación de la Junta de Castilla y León (Ed.), Las nuevas metodologías en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, 459-470, Academia de Artillería de Segovia.
- OLLER, A. M. (2012), Proporcionalidad aritmética: Una propuesta didáctica para alumnos de secundaria (Tesis Doctoral no publicada), Universidad de Valladolid, Valladolid, España. http://uvadoc.uva.es/handle/10324/1118>.
 - 1 Este proyecto de innovación se presentó en la III Jornada de Educación Matemática en Aragón (III JEMA) y la presentación proyectada como apoyo a la comunicación puede consultarse en el siguiente enlace:

< https://drive.google.com/file/d/17rX4nbMtXs6B-AogVEC6FHChXGn5oJxr/view>.

2 La presentación utilizada en la comunicación puede consultarse y recuperarse en el siguiente enlace: https://drive.google.com/file/d/1LZ1CGrYhccUttCisMpCwKay3_06JA2O6/view.



Un ejemplo de ABP: Concurso de detectives estadísticos

poi

RITA JIMÉNEZ IGEA

(Miembro del Proyecto EDIA del CEDEC)

El Centro Nacional de Desarrollo Curricular en Sistemas no Propietarios (CEDEC) es un organismo dependiente del MECD a través del INTEF y de la Consejería de Educación y Cultura del Gobierno de Extremadura. Sus objetivos principales son:

- Poner a disposición de toda la comunidad educativa materiales y recursos digitales de libre acceso que promuevan las metodologías activas y fomenten la competencia digital.
- Impulsar ambientes de colaboración para mejorar los procesos de enseñanza.



Figura 1. El CEDEC

En esta línea se puso en marcha el Proyecto EDIA (Educativo, Digital, Innovador y Abierto) donde se promueve la creación de dinámicas de transformación digital y metodológica en los centros para mejorar el aprendizaje.

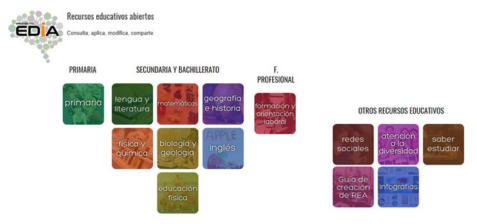


Figura 2. Página de recursos del Proyecto EDIA

EDIA ofrece un banco de recursos educativos que plantea propuestas al aprendizaje basado en proyectos y al uso de las TICs en el aula para muchas asignaturas de todos los niveles no universitarios (figura 2). Además, desde



EDIA se fomenta la creación de redes entre profesores para facilitar la innovación en el aula. Por tanto, podemos decir que EDIA es un banco o repositorio de contenidos y de experiencias de ABP al que pueden acceder profesores, alumnos y familias.

Las principales ventajas de los recursos educativos del Proyecto EDIA son las siguientes:

- Son abiertos, es decir, de libre acceso y gratuitos y pueden modificarse. Además es posible utilizar, únicamente, una parte del recurso y realizar el proyecto de forma parcial.
- Son innovadores y buscan una metodología activa. Para aprender los contenidos curriculares deben trabajar en equipo para conseguir elaborar o crear un producto final (una presentación, un informe, un cartel, un video, un blog, etc.) siguiendo una secuencia de tareas.
- Son recursos creados por docentes, aplicados en el aula por ellos mismos y por otros docentes, lo cual genera retroalimentación y nuevas versiones de los mismos.
- Además de los contenidos curriculares se trabajan todas las competencias.
- Son recursos completos, es decir, incluyen todos los materiales necesarios para llevar a cabo la experiencia (rúbricas de evaluación, enlaces a recursos, fichas de trabajo, etc.).

Un ejemplo de REA: Concurso de detectives estadísticos

En este REA (Recurso Educativo Abierto) se parte de la idea de un concurso que el departamento de matemáticas ha convocado. Los participantes deberán elaborar un informe de conclusiones a partir de una serie de datos que ellos mismos deben obtener. Junto al anuncio del mismo podemos ver los distintos apartados del recurso (figura 3) y las bases del concurso (figura 4).

El proyecto se ha planteado de tal forma que sigue las pautas del concurso *Incubadora de sondeos y experimentos* organizado cada año por la SEIO (Sociedad Española de Estadística e Investigación Operativa). Así, los alumnos que realicen el proyecto en clase tienen la posibilidad de presentar su trabajo al concurso real, primero en su fase autonómica y, en caso de ganar, en la fase nacional.

Los alumnos, organizados por equipos, tienen el reto de elaborar una encuesta o llevar a cabo un experimento para poder optar a los premios. En las bases nos encontramos con las condiciones que deben cumplir los materiales pedidos. Realizarán secuencialmente las distintas tareas. El objetivo del proyecto es que los alumnos aprendan de forma práctica los conceptos de estadística de su nivel, además se busca aumentar su competencia digital, fomentar el trabajo colaborativo y desarrollar su capacidad de aprender a aprender y el resto de competencias básicas.

Pasaremos a describir los apartados del recurso:

Apartado 1. Nuestro proyecto

En este apartado se presenta el proyecto: se indican los productos que el alumnado debe entregar, se señala la forma de trabajar, se facilitan las rúbricas de evaluación y los objetivos curriculares y competenciales del proyecto y se hace la primera toma de contacto con el diario de aprendizaje. Esto último es una herramienta de



Figura 3. Portada del REA Concurso de detectives estadísticos



Figura 4. Bases del Concurso de detectives estadísticos



reflexión que reaparece tras cada tarea. Deben recoger las dificultades y los conocimientos y/o estrategias adquiridos, valorar su participación en el proyecto y la del resto del equipo para tratar de mejorar, si ello es necesario, el trabajo colaborativo.

Apartado 2. Las tareas o secuencias de aprendizaje

El proyecto tiene una estructura modular. En cada módulo encontramos una o varias tareas que vienen pautadas y las fichas de trabajo, los enlaces a recursos de consulta, manuales, consejos y sugerencias, además de la rúbrica de evaluación correspondiente y el diario de aprendizaje.

En este REA nos encontramos con cinco bloques que se corresponden con los siguientes apartados:

- Primeros pasos. Cada equipo debe analizar varios informes de alumnos que han ganado el certamen de la SEIO en ediciones anteriores. Se hace una puesta en común. Cada equipo comienza a pensar y diseñar qué tema desea analizar (buscando una pregunta relevante) y las pautas generales de cómo va a llevar a cabo la investigación. Deben llegar a acuerdos.
- Recogida de datos. Cada equipo debe, siguiendo las pautas e indicaciones, redactar una encuesta o diseñar un experimento. Realizarán una prueba piloto, recogerán los datos y cumplimentarán la ficha técnica de una encuesta/un experimento. Esta tarea será evaluada con la rúbrica de evaluación de una encuesta o de un experimento.
- Tabulamos los datos. En esta fase deben tabular los datos utilizando alguna de las herramientas digitales que se les facilita u otra si así lo estiman oportuno.
- Parámetros y gráficos estadísticos. En esta tarea deben calcular distintos parámetros estadísticos, elaborar gráficas y comentarlas. El trabajo será evaluado con la rúbrica correspondiente.
- Informe final. En la parte final del proyecto deben elaborar un informe que recoja el trabajo realizado (resumen de datos, ficha técnica, gráficas, comentarios, etc.) y las conclusiones obtenidas de forma argumentada, sus propuestas de mejora, posibles ampliaciones del proyecto, etc. Antes de ello analizarán informes completos realizados por alumnos de su nivel. Su trabajo será evaluado con la rúbrica de evaluación del informe final.

Tras cada tarea deben cumplimentar el diario de aprendizaje y al finalizar el proyecto deberán, además, evaluar el proyecto de forma global (evaluación de la experiencia, qué he aprendido y evaluación del trabajo en equipo)



Figura 5. Canvas del REA Concurso de detectives estadísticos



Apartado 3. Guía didáctica del recurso

En ella podemos encontrar las siguientes secciones:

- Introducción. Con el canvas (figura 5) que nos resume el proyecto.
- Fases del proyecto y temporalización orientativa.
- Versiones del proyecto.
- Evaluación y referencias curriculares. En esta sección encontramos información relativa a las herramientas y procesos de evaluación, los contenidos y las competencias clave (figura 6) trabajados en el proyecto, los criterios de evaluación, los estándares de evaluación y una propuesta de calificación del proyecto.
- Recomendaciones para el profesorado.

Comentaremos el apartado versiones del proyecto. En ocasiones la falta de tiempo y/o la falta de experiencia pueden hacer que un profesor o profesora desista en su intención de desarrollar una experiencia de ABP. Por ello se presentan ideas o algunas posibilidades para modificar el proyecto de forma parcial y que pueden servir al profesorado en su primera tentativa:

- Versión reducida. El alumnado utilizará datos reales del INE u otras fuentes. Se elimina las primeras fases del proyecto. Se facilitan enlaces a páginas suministradoras de datos y a páginas con material didáctico que puede servirnos como modelo.
- Versión colaborativa. Se entrega una encuesta elaborada, cada equipo debe pasarla a varias personas y tabularla. Se unen los datos de todos los equipos. A partir de ese momento cada grupo elaborará su informe. Todos trabajarán sobre los mismos datos fruto de un trabajo colaborativo, sin embargo, sus informes no han de ser coincidentes. En la exposición de conclusiones pueden generarse interesantes debates porque todos conocen el tema.
- Versión interdisciplinar. El proyecto se lleva a cabo en colaboración con docentes de otros departamentos.
 Se sugiere qué tareas pueden realizarse en otras materias.

	Competencia lingüística	Competencia matemática y en ciencia y tecnología	Competencia digital	Aprender a aprender	Competencias sociales y cívicas	Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor	Conciencia y expresión culturales
Primeros pasos	х	х	х	х	х	х	
Elaboramos una encuesta	х	х	х	х	х	х	
Pasamos la encuesta		х	x	х	х	х	
Tabulamos los datos		х	х	х		х	
Gráficos, parámetros y primer análisis	х	x	x	х	х	х	х
Informe final	х	х	х	х	х	х	х

Figura 6. Competencias básicas del REA Concurso de detectives estadísticos

Apartados 4 y 5. Ficha técnica y Opina sobre el recurso

El primero nos resume el contenido, nivel, productos a elaborar y posible temporalización del proyecto. El segundo cierra el recurso e invita a los docentes a expresar su opinión sobre el mismo.

Referencias

Portal del CEDEC, https://cedec.intef.es (Consultado el 25/9/2019).

Proyecto EDIA, https://cedec.intef.es/proyecto-edia/ (Consultado el 25/9/2019).

Banco de recursos del Proyecto EDIA, https://cedec.intef.es/recursos/ (Consultado el 25/9/2019).

JIMÉNEZ, R. (2019), *REA para trabajar la estadística mediante la metodología ABP. Concurso de Detectives Estadísticos*. http://descargas.pntic.mec.es/cedec/proyectoedia/matematicas/contenidos/detectives_estadisticos/index.html (Consultado el 25/9/2019).

Recursos de Matemáticas del Proyecto EDIA, https://cedec.intef.es/proyecto-edia-matematicas/ (Consultado el 25/9/2019).





Un problema de ranas

por ESTHER GARCÍA GIMÉNEZ (IES Río Gállego)



Fase semifinal • 6 de abril de 2019

Problema 6. Ranas de colores

En una zona pantanosa las ranas son azules o verdes. Desde el año pasado, el número de ranas azules ha crecido un 60% mientras que el de ranas verdes ha decrecido en la misma proporción, otro 60%.

Ahora resulta que el cociente entre el número de ranas azules y el de ranas verdes es el mismo que el cociente entre el número de ranas verdes y el de ranas azules que había antes.

¿En qué porcentaje ha decrecido el número total de ranas?

A los profesores de matemáticas en secundaria nos sigue sorprendiendo, al explicar el tema de los porcentajes en la ESO, el hecho de que al poner el típico ejemplo de los descuentos que se realizan en época de rebajas, las respuestas de los alumnos sean dispares.

Supongamos que les decimos que un pícaro vendedor de un establecimiento aumenta el precio de sus productos un $x^{0/0}$ justo antes de anunciar las esperadas rebajas donde reduce ese precio en el mismo $x^{0/0}$.

¿Cuál será la respuesta de nuestros alumnos cuando preguntemos por la variación del precio en porcentaje? Muchos de ellos contestarán, si no se paran a pensar, que no variará, es decir, que la variación porcentual es de un 0%.

Es difícil que comprendan bien los porcentajes encadenados en los primeros cursos de la ESO si no se les proporcionan ejemplos variados y contextualizados. Entre los materiales que se pueden utilizar en el aula, para la búsqueda de ejemplos interesantes y motivadores, se encuentran los libros *Las matemáticas de la vida cotidiana* de Miquel Albertí Palmer y 100 escenas de cine y televisión para la clase de Matemáticas de José María Sorando Muzás.

El caso que nos ocupa a pesar de no corresponder a un ejercicio de porcentajes encadenados, puede llevar a los alumnos a una confusión del tipo anterior, como de hecho ha sucedido. Este problema 6, propuesto en la 28 edición de la Olimpiada Matemática Aragonesa, trata de la comparación en el crecimiento de dos poblaciones.

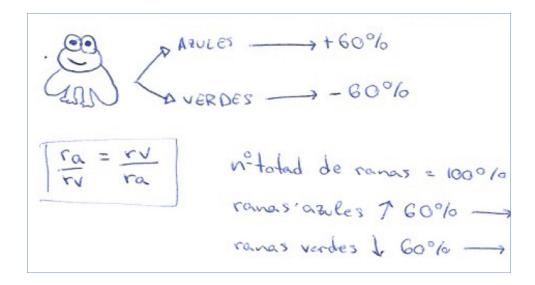


El error cometido por la mayoría de los participantes ha sido no caer en la cuenta de que el número de ranas azules no tenía por qué coincidir con el de las ranas verdes. Esta confusión proviene de no haber comprendido la pista que nos daba el enunciado para llegar a una solución correcta: «el cociente entre el número de ranas azules y el de ranas verdes es el mismo que el cociente entre el número de ranas verdes y el de ranas azules que había antes». Al pensar que la población inicial de las ranas de los dos colores coincidía, han razonado de forma similar a la comentada en el caso de los porcentajes encadenados, llevándoles a escribir en su respuesta 0 %.



Un problema de ranas Esther García Giménez

En un 0%, porque ha subido un 60% y luego ha bajado un 60% y eso sería 60%-60%=0%



No ha decrecido porque si el cociente entre el ne de ranos azoles 7 el no de ranos verdes es el mismo que el cociente entre el no de ranos verdes > el de ranos azoles que había antes significa que si dividimos el no de ranos que hay de cada color da el mismo resoltado.

Si ha decreado es porque hay más ronas verdes que azules Si al principio había 20 ranos verdes y 5 azules Cespués las ronas verdes son un 40, 8 ranos Las ronas azules son un 40, 18 ranas Al principio había 25 y dras hay 16. Se ha reducido en un 36%

Solo con haber considerado un ejemplo concreto de poblaciones con distinto número de ranas habrían llegado a la conclusión de que la solución no puede ser ese 0 %.



Un problema de ranas Esther García Giménez

Azoces =
$$\times$$
 $\frac{\times}{y} = \frac{y-60\% \text{ deg}}{\times +60\% \text{ deg}}$

Por otro lado no basta con esto para concluir de forma correcta, pero ayuda a concentrarse en resolver la ecuación con la que se obtiene que el número de elementos de una población tiene que ser el doble de los de la otra

El summera de ranon ha decrecida en un 20% parque:

$$\frac{1}{2} \text{ arules de sado runo anul hay} \qquad \frac{1}{2} = \frac{50 \text{ acculus}}{100 \text{ worder}} > \frac{50 + (016.50)}{100 - (016.100)} = \frac{80 \text{ orules}}{40 \text{ worder}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{100}{150 \text{ ronors}} \text{ Dig en la}$$

$$\frac{150 - (012.150) = 120}{20\%}$$
Though a particular and from particular and from particular and from the particular and the particular and the particular and the particular and par





Flores de colores: Sumar y restar con GeoGebra

por

Ana Isabel Blasco Nuño, Carmen Soguero Pamplona y Ricardo Alonso Liarte (CEIP Ricardo Mallén, Calamocha; Universidad de Zaragoza, Teruel; IES Salvador Victoria, Monreal del Campo)

GeoGebra es un programa bien conocido por el profesorado de matemáticas que, en niveles de secundaria, bachillerato o universidad, lo utiliza para facilitar la enseñanza de conceptos abstractos y complejos. Sin embargo, es tan versátil que se pueden diseñar actividades para cualquier nivel educativo.

Iniciamos hoy una sección nueva con la intención de proponer el uso de aplicaciones realizadas con GeoGebra para trabajar conceptos matemáticos básicos con los más pequeños: Educación Infantil y primeros cursos de Educación Primaria.

MatemaTICinfantil, es un grupo de trabajo internivelar que lleva elaborando este tipo de materiales desde 2010. Todos los *applets* están disponibles desde la web del grupo acompañados de una breve ficha con orientaciones didácticas para llevarlos al aula.

Aunque en origen estas aplicaciones están pensadas para trabajar con el grupo-clase sobre la pizarra digital interactiva, también se pueden usar de manera individual sobre un tablet o tableta.

En la mayor parte de los casos, una vez realizada la actividad, el *applet* no devuelve confirmación sobre la corrección de la respuesta. Consideramos que esto conlleva algunas ventajas. Por un lado fomenta situaciones de comunicación en el aula, lo que es muy interesante para mejorar los aprendizajes. Por otro lado, el hecho de ser una actividad que no tiene una respuesta cerrada, facilita su adaptación a las diferentes necesidades que tenga el docente en el aula, que siempre actuará de guía en el proceso de resolución.

En algunas ocasiones la aplicación sí corrige de forma automática la resolución del alumno, lo que les lleva a trabajar de forma más autónoma.

¿Sumas formales para los más pequeños?

La introducción de las operaciones de suma y resta con los niños requiere del planteamiento de situaciones aditivas contextualizadas que permitan inicialmente una resolución a través de recuentos. Cuando los resultados se van obteniendo en repetidas ocasiones, acabarán por ser memorizados, de modo que los niños retendrán su tabla de sumar. Paulatinamente, ante nuevas situaciones aditivas comprenderán que resulta más económico temporalmente el recurrir a los resultados memorizados que realizar los recuentos completos de nuevo.

Lógicamente, este proceso no se da en un único paso. Cuando los resultados de la tabla no se han memorizado bien, los niños recurren a técnicas intermedias que les permiten obtener el resultado con mayor rapidez que con el recuento completo. En cualquier caso, de forma progresiva, el alumnado abandonará los recuentos e incluso estas técnicas intermedias en favor de la obtención memorística de los resultados.

El objetivo de las actividades que planteamos hoy es reforzar la memorización de la tabla de sumar mediante la realización de sumas formales con números que varían entre cero y veinte, en función de los *applets*.

El libro de GeoGebra Flores de colores

En este libro se recogen 5 actividades para trabajar las operaciones básicas de suma y resta con números entre 0 y 20.



El escenario planteado en cada una de las actividades muestra una flor con cinco pétalos sobre los que se juega con los números y los colores de una forma diferente en cada una de las aplicaciones.

El formato de estas permite plantear, sobre el mismo material, distintos tipos de actividades para el aula.

El principal objetivo didáctico que se plantea con las actividades de este libro es reforzar la memorización de los hechos numéricos de la tabla de sumar.

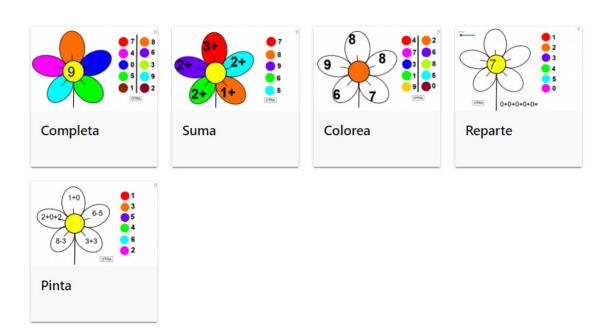
En cuanto a los contenidos, se trabaja la lectura y la escritura de las cifras, la descomposición de un número como suma de dos o más sumandos, la suma y la resta de números entre cero y veinte y el cálculo oral.

Las edades más adecuadas para trabajar con este material en el aula varía entre tercero de 2.º ciclo de Educación Infantil (5 años) y 1.º de Educación Primaria.

Flores de colores

Autor: MatemaTlCinfantil
Tema: Adición, Sustracción

Actividades sobre operaciones básicas basadas en relacionar colores con números y colorear los pétalos de una flor



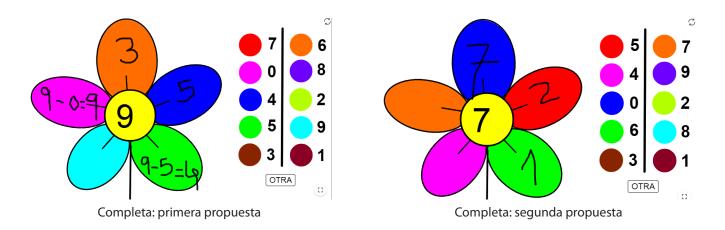
Completa

En este primer *applet* aparece en el círculo central de la margarita un número aleatorio. Las actividades que se pueden desarrollar son diversas. Proponemos dos.

En la primera, nuestros alumnos pueden escribir con la herramienta lápiz en cada uno de los pétalos el número correspondiente a cada color, según el código que se indica en la parte derecha de la actividad. Una vez que los tengan todos, tendrán que hacer la suma de cada pétalo con el número que aparece en el círculo amarillo y escribirla manualmente fuera del mismo, de nuevo con la herramienta lápiz. La consigna del profesor podría ser: «Escribe en cada pétalo el número del círculo del mismo color. Después súmalo (o réstalo) con el del centro y anota el resultado».

Otra propuesta permite trabajar con la descomposición del número que aparece en el centro. Para ello habría que colocar en cada pétalo el número necesario para que la suma de ese número con el que corresponde al color del pétalo sea el número que aparece en el centro. La consigna que lanzaría el profesor podría ser: «Teniendo en cuenta el número de cada color ¿qué número hay que añadir o quitar al pétalo para conseguir el número central? Anótalo».

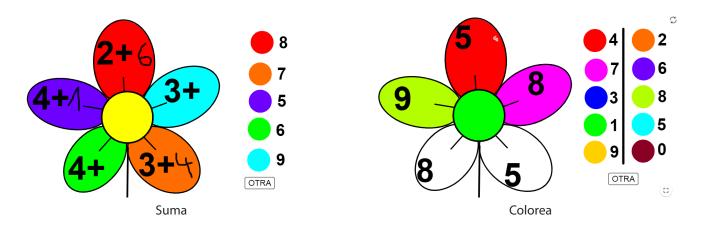




Suma

En esta ocasión los alumnos tendrán que identificar el valor de cada pétalo dependiendo del color, tal como indica la leyenda en la parte derecha de la actividad. El objetivo se centra en la descomposición de los números en dos sumandos, trabajando a la vez la memorización de la tabla de la suma.

En cada pétalo aparece una suma con un solo sumando, que cambia aleatoriamente cada vez que se aprieta el botón correspondiente. El alumnado tendrá que completar la suma para que el total de los dos sumandos corresponda al valor del color del pétalo. Al generarse una nueva actividad, los colores de los pétalos se mantienen pero cambia su valor, así como el sumando que aparece sobre cada pétalo.



Colorea

Los pétalos de la flor aparecen en esta actividad sin colorear, y en cada uno de ellos aparece un número. Es el círculo central el que tiene el color que cambia al pinchar sobre el botón *Otra*. El valor que adquiere viene indicado en la leyenda de la parte derecha de la pantalla.

En cada pétalo, inicialmente blanco, aparece un número de forma aleatoria. Para completar la actividad, el alumno deberá de pintar el pétalo de manera que la suma de los números que representan el color del centro de la flor y el color del pétalo sea igual al número que aparece en el mismo. Para colorear hay que seleccionar un color en la paleta de colores y hacer clic con el botón izquierdo en el interior del pétalo.

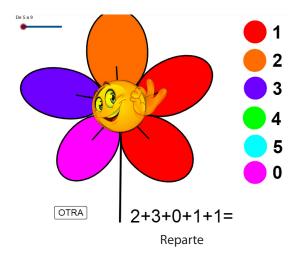
Con esta actividad, seguimos trabajando la tabla de la suma.

Reparte

Esta actividad está orientada a trabajar la descomposición de un número en la suma de cinco más pequeños. Está graduada para poder trabajar la descomposición de números de 5 a 9, de 10 a 15 y de 15 a 20. La elección del intervalo del número se lleva a cabo desde el deslizador que se encuentra en la parte superior izquierda de la pantalla.

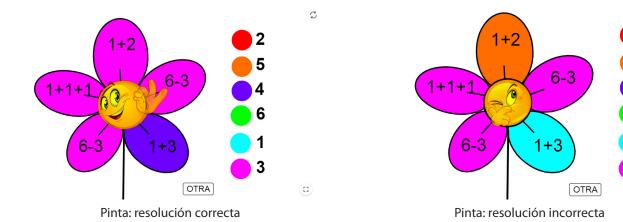


El escenario que se plantea para realizar esta actividad cuenta con una flor con pétalos blancos y un número en el círculo central, correspondiente al intervalo seleccionado. El objetivo es ir coloreando los pétalos con la condición de que la suma del valor numérico asociado a cada color dé como resultado el número central. Como ayuda, en la parte inferior van apareciendo los números que se van seleccionando, con el formato de una suma en línea, y con el lápiz se puede escribir el resultado.



Pinta

Al arrancar este *applet* encontramos la misma margarita con los pétalos en blanco. Dentro de cada uno de ellos hay una operación propuesta (suma o resta). Los niños tienen que obtener el resultado y elegir el color correspondiente al mismo, y con él, pintar el pétalo. Los números que aparecen en las operaciones de los pétalos oscilan entre el 0 y el 9, y los resultados entre 2 y 5. Esta actividad sí que comunica al alumno si ha completado de forma correcta la tarea. En caso afirmativo, sale una cara sonriente, mientras que en caso negativo aparece con un gesto interrogante, y permite seguir intentándolo. Además, la aplicación proporciona la herramienta lápiz para que el alumnado escriba el resultado de las operaciones. De esta manera tienen un refuerzo a la hora de buscar el color y trabajan el trazado de las cifras.



Aunque todas estas actividades se pueden realizar de forma individual, queremos hacer hincapié en las ventajas que ofrece su utilización en gran grupo con la pizarra digital interactiva.

Este libro es una muestra de actividades para trabajar las operaciones de suma y resta con situaciones formales. En nuestra página web hay otras aplicaciones para incidir en la práctica de las operaciones aritméticas básicas con otros escenarios.

Referencias

Enlace a la ficha: http://matematicinfantil.catedu.es/?p=4065.

NOTA: Conviene ejecutar las aplicaciones con el navegador FireFox.





Semana de Conexión Matemática en el IES Goya

por

JAVIER GRACIA, JOSEP ROCHERA, SUSANA BELLIDO Y FERNANDO SOLANA (IES Goya, Zaragoza)

La semana del 11 al 15 de febrero celebramos en el IES Goya de Zaragoza la Semana Matemática dentro del programa Conexión Matemática, que nos facilitó algunas exposiciones y talleres externos.

Muchos de nuestros alumnos perciben las matemáticas como una materia difícil, aburrida y descontextualizada («...pero, ¿esto para qué sirve?»). El objetivo de esta Semana Matemática es el de celebrar la belleza de las matemáticas ofreciendo a los alumnos actividades formativas complementarias que aproximen esta ciencia a su realidad cotidiana, atraer su interés, generar motivación y, con suerte, despertar vocaciones matemáticas entre el alumnado. En definitiva, se trata de dar a los alumnos la oportunidad de aprender a amar las matemáticas, comprobar su utilidad, la belleza y el encanto de hacer matemáticas, en un entorno más flexible y relajado del que nos encontramos en el aula habitual, bajo la presión de dar un extenso temario a menudo a contrarreloj y con prisas.

En este texto describimos el plan de actividades desarrollado durante esta Semana Matemática, aunque en la práctica, algunas actividades formativas empezaron antes y otras se alargaron durante las semanas y meses siguientes, dando un sentido de continuidad al programa. Hemos clasificado las actividades en cuatro categorías: talleres matemáticos, exposiciones, actividades diversas y actividades con otros departamentos. Terminamos el artículo con una breve reflexión sobre esta Semana Matemática y las posibilidades de cara a próximas ediciones.

Talleres matemáticos

El 14 de marzo, para grupos de 2.º, 3.º y 4.º de ESO el profesor y divulgador del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Zaragoza, Pedro Miana, ofreció una ponencia cuyo título fue: Sí, creemos en el número pi. La ponencia se dividió en dos secciones: 1) Pi matemático y 2) Pi social. En la primera parte se mostró la omnipresente presencia del número pi y cómo este número aparece de forma natural, no solo en áreas de las matemáticas donde cabría esperar su presencia (geometría, circunferencias, etc.) sino en otras donde resulta más inesperado (suma de series infinitas, integrales, distribuciones de probabilidad y un largo etcétera). Se hizo una revisión histórica de las diferentes aproximaciones al número desde el Antiguo Egipto, Arquímedes y grandes matemáticos de la modernidad hasta la actualidad, donde el desarrollo de algoritmos eficientes para el cálculo de más decimales del número pi sigue siendo un área activa de la investigación matemática. Después se reflexionó sobre qué tipo de número es pi: irracional, transcendente, normal.

En la segunda parte de la charla, se mostró de forma lúdica que este número aparece en múltiples áreas de la realidad: películas, canciones, en arquitectura, en fórmulas físicas, entre otras.

2.º ESO - 3.º ESO

El profesor Pedro Latorre García expuso un taller denominado *Figuras imposibles: esto es imposible* en algunos grupos de 2.º y 3.º de ESO. La duración de la



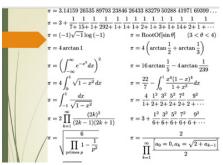


Figura 1. Algunas de las diapositivas mostradas durante la ponencia *Sí, creemos en el número pi* a cargo del profesor Pedro J. Miana



ponencia fue de 1 hora y requería el uso de materiales como tijeras y pegamento. El hilo conductor de la ponencia son juegos o construcciones cuyo resultado final es dificilmente previsible o que aparentemente son imposibles. Algunas son ilusiones ópticas, otras utilizan recursos básicos de topología. Utilizando cartulina, lápiz, papel y tijeras se trata de que los alumnos experimenten y manipulen, peguen, observen y reflexionen. El taller concluyó con un conjunto de juegos numéricos que sorprendieron a los alumnos.

El departamento replicó el taller en los grupos restantes.

4.º ESO

Para los alumnos de 4.º de ESO el profesor Ricardo Alonso (IES de Monreal del Campo) ofreció un taller denominado 2 rombos y un destino sobre mosaicos no periódicos. Se analizaron las posibilidades de realizar embaldosamientos no periódicos utilizando solamente dos losetas. En primer lugar, se hizo un estudio sobre las propias teselas, características, cómo obtenerlas, relaciones, etc. Tras una breve introducción teórica, se planteó una investigación matemática para que los alumnos la resolvieran por grupos. En esta investigación los alumnos debían hallar todas las formas posibles (¡54 formas posibles!) de rellenar 360º alrededor de un punto mediante 2 rombos de Penrose. El objetivo didáctico es enfrentar a los alumnos a un desafío cognitivo que movilice sus conocimientos previos, les lleve a formular hipótesis, a experimentar, y a utilizar técnicas propias de la investigación matemática, como





Figura 2. Los alumnos trabajan en el taller 2 rombos y un destino

la sistematización de procesos o la traducción a lenguaje simbólico de observaciones experimentales.

Todos los grupos de cada nivel desarrollaron las mismas actividades. Se intentó que los ponentes invitados al programa impartieran el taller en el salón de actos. En ocasiones no pudo ser así por falta de disponibilidad del salón de actos, por lo que el profesorado del Departamento de Matemáticas replicó los talleres y ponencias con los demás grupos del curso.

Exposiciones

A lo largo de la Semana Matemática y sucesivas, se instalaron diversas exposiciones.

En primer lugar, disfrutamos de la exposición matemática que nos proporcionó el programa Conexión Matemática, que lleva por título *Matemáticas en tu ciudad*. Esta se expuso en la sala Cebrián del centro y pudo ser visitada tanto por los alumnos de los diversos cursos del instituto como por sus familias y visitantes externos. La exposición *Matemáticas en tu ciudad* pretende mostrar la presencia de las matemáticas en muchos elementos de una ciudad mo-





Figura 3. Alumnos de 2.º de ESO durante la visita a la exposición Matematicas en tu ciudad



derna: en su arquitectura, en monumentos y jardines, en el mobiliario urbano, en las redes de control de tráfico, etc. A los grupos de los cursos de 2.º y 3.º ESO, los correspondientes profesores de matemáticas les prepararon previamente para la visita de la exposición y se elaboró una guía de actividades a realizar durante la misma para que pudieran aprovechar pedagógicamente al máximo sus contenidos.

También se instaló la exposición *Mujeres matemáticas*, que muestra la vida y la obra de algunas de las mujeres que, a lo largo de la Historia, y contra toda adversidad, destacaron en esta ciencia. Algunas de estas científicas son: Hypatia de Alejandría (355/370-415/416), Maria Gaetana Agnesi (1718-1799), Sophie Germain (1776-1831), Ada Lovelace (1815-1852), Emmy Noether (1882-1935), entre otras. En particular, el día 11 de febrero se realizaron visitas guiadas por la exposición para conmemorar el Día Internacional de la Mujer y la Niña en la Ciencia, visibilizando la labor de las científicas, y fomentando vocaciones entre nuestras alumnas que ayuden a cerrar la brecha de género.

Asimismo, el Departamento de Matemáticas colgó por los pasillos del centro una selección de los carteles de las exposiciones:

Matemáticas de cerca, realizada por el Grupo Alquerque de Sevilla y que ofrece libremente a todos los centros que quieran descargarla en su página web http://www.grupoalquerque.es/mate_cerca/expo.html>.

Las Mates de tu vida y En todas partes, ¡Matemáticas!, exposiciones ofrecidas por el Programa Conexión Matemática en las que se muestra la presencia y las aplicaciones de las matemáticas en elementos de la vida diaria. Los alumnos realizaron actividades relacionadas con la exposición propuestas por el programa Conexión Matemática destinadas a profundizar en la reflexión sobre la presencia de las matemáticas en el mundo que nos rodea.

Por último, en una actividad denominada *Todos matemáticos*, los diferentes grupos de ESO realizaron, repartidos en equipos, diversos tipos de paneles sobre variados aspectos matemáticos: biografías, hechos históricos, juegos matemáticos, problemas recreativos... De los que se elaboraron, los alumnos y los profesores realizaron una selección de los mismos que se expuso en el centro a lo largo del curso.

En el mismo sentido, a lo largo del curso se expusieron algunos materiales realizados por nuestros alumnos dentro de las clases o actividades de matemáticas o en colaboración con otros departamentos.

Actividades diversas

Problema de la semana

Como continuación de las actividades de la Semana Matemática, y aprovechando el interés que la misma pudo despertar entre los alumnos, desde el Departamento de Matemáticas se propusieron a los grupos de secundaria, con periodicidad semanal, problemas recreativos, puzles, juegos motivadores, criptogramas y retos matemáticos que van un poco más allá de los contenidos habituales que se tratan en el aula. Algunos de estos problemas son del tipo de los que suelen aparecer en las Olimpiadas Matemáticas de 2.º de ESO, contribuyendo así a la preparación de aquellos alumnos que quisieran presentarse a las Olimpiadas.

Taller de ajedrez

El coordinador del programa Ajedrez en la escuela del centro (Josep Rochera, jefe del Departamento de Matemáticas) organiza durante los recreos de los viernes partidas y campeonatos de ajedrez para todos los niveles, desde principiantes hasta «expertos». Como es sabido, es un juego que favorece la concentración, la reflexión y la lógica, características compartidas con el pensamiento matemático. Se hace notar a los alumnos la riqueza y complejidad del ajedrez, añadiendo juegos y actividades más heterodoxas para trabajar diferentes situaciones y pensar soluciones.

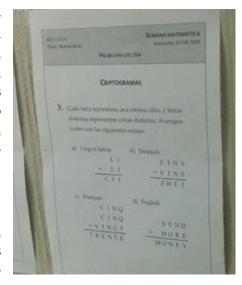


Figura 4. Uno de los *problemas* de la semana



Lectura de un libro o artículos de matemáticas

De acuerdo con el Plan Lector, los alumnos de los diversos cursos leyeron un libro de los seleccionados por el Departamento de Matemáticas, o artículos y capítulos impresos (de libros que ya no tienen Derechos de autor). Algunos de los libros seleccionados para los diferentes cursos, de los que se cuenta con diversos ejemplares en la biblioteca del centro, son:

- El señor del cero. M.ª Isabel Molina. Alfaguara Juvenil.
- Alicia en el país de las maravillas. Lewis Carroll.
- Alicia a través del espejo. Lewis Carroll.

Concurso matemático: truco mágico-matemático

Dentro de los Premios Goya (actividades y concursos con mucha tradición en nuestro centro, que se resuelven en el mes de abril) el departamento inició el Concurso matemático para alumnos del centro. Los trabajos debían incluir un vídeo explicativo que mostrara, en primer lugar, el truco «mágico» propiamente dicho y a continuación, el razonamiento matemático subyacente: los juegos se realizan bajo principios matemáticos y tras ejecutar un efecto, se «desvela» cómo realizarlo y se incide en su relación con las matemáticas. Con la edición del vídeo también se pretendía que los alumnos desarrollaran la competencia digital. El concurso fue organizado por etapas (1.º y 2.º de ESO, 3.º y 4.º de ESO, Bachillerato) y los trabajos presentados fueron puntuados por los miembros del Departamento de Matemáticas.

Para ser la primera edición de dicho concurso, los organizadores quedamos muy satisfechos con la participación y calidad de los trabajos presentados, que incluían relaciones con contenidos matemáticos como la aritmética y aritmética modular, combinatoria, probabilidad, propiedades del producto, entre otras.

Actividades con otros departamentos

Lengua

Exposición en la biblioteca, durante la semana y posteriores, de libros de matemáticas para fomentar las competencias lingüística y matemática con estos.

Inglés

- 1) Visionado de una película de contenido matemático en versión original con subtítulos. En particular, se escogieron las películas:
 - *Hidden Figures* de Theodore Melfi, 2017 (*Figuras ocultas*): película que cuenta la historia de superación de un grupo de matemáticas afroamericanas que ayudaron a la NASA en la carrera espacial.
 - The Man Who Knew Infinity de Mathew Brown, 2015: película que narra la historia de Srinivasa Ramanujan un matemático que después de crecer en la pobreza en Madras, India, es admitido en la Universidad de Cambridge durante la Primera Guerra Mundial, donde se convierte en un pionero en teorías matemáticas guiado por su profesor, G. H. Hardy.
- 2) Colaboración en la lectura de fragmentos escogidos de libros matemáticos en inglés, en las clases de esta materia o en tutoría.

Científicos

En coordinación con los departamentos didácticos de las ramas científicas se organizó una visita a la Facultad de Ciencias (Física, Química, Geología y Matemáticas) de la Universidad de Zaragoza. Tras una explicación



general sobre la Facultad de Ciencias y de las actividades que desarrollan los investigadores en la universidad en las diferentes disciplinas, se visitaron las instalaciones. Por último, se asistió a una ponencia con el título *Mujeres en la ciencia*.



Imagen 5. Visita a la Facultad de Ciencias

Visita de padres y madres

Aunque las relaciones con los padres y madres de los alumnos del centro son muy buenas, solo en las reuniones con los tutores de los grupos suele participar un número significativo de ellos, en gran parte debido a que las horas de visita de los profesores suele coincidir con su horario laboral.

Aprovechando la Semana Matemática, se invitó a los padres y madres a visitar las exposiciones instaladas, así como algunos ejemplos de las actividades realizadas por sus hijos, durante alguna tarde. En ella, algunos profesores del Departamento de Matemáticas pudieron reunirse con los asistentes para explicarles el interés de las actividades y la participación de sus hijos en las mismas.

Conclusiones

Desde el Departamento de Matemáticas valoramos positivamente la organización de la Semana Matemática dentro del programa Conexión Matemática. Creemos que hemos logrado parcialmente el objetivo que nos proponíamos: abordar las matemáticas desde una perspectiva diferente para despertar el interés en la materia y mostrar la presencia e importancia de las matemáticas en nuestro mundo. Agradecemos a los colaboradores externos su participación e implicación, y seguimos trabajando para enriquecer el programa de actividades para futuras ediciones.

Director: Ricardo Alonso Liarte (IES Salvador Victoria, Monreal del Campo)

Consejo de Redacción: Alberto Elduque Palomo (Departamento de matemáticas de la Universidad de Zaragoza), M.ª Ángeles Esteban Polo (CEIP Josefa Amar y Borbón, Zaragoza), Julio Sancho Rocher (IES Avempace, Zaragoza).

Entorno Abierto es una publicación digital bimestral que se edita en Zaragoza por la Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas. Entorno Abierto no se identifica necesariamente con las opiniones vertidas en las colaboraciones firmadas.

Envío de colaboraciones a <sapmciruelos@gmail.com>

Blog: http://sapmatematicas.blogspot.com.es/

Twitter: @SAPMciruelos Web: <http://sapm.es>



