Entorno Abierto

Boletín digital
de la Sociedad Aragonesa
«Pedro Sánchez Ciruelo»
de Profesores
de Matemáticas

Número 4
Mayo de 2015

Cuando se habla de las diferencias entre una etapa de montaña en el Tour y en la vuelta, se dice que la fundamental es que en el Tour empalman varios puertos consecutivos, de tal forma que apenas has bajado uno empiezas con el siguiente. En la vuelta, muchas veces el penúltimo puerto está bastante lejos del último. Para la SAPM es como si en cursos anteriores hubiéramos estado corriendo etapas de la Vuelta y este estamos con una del Tour.

En los dos meses transcurridos desde el anterior número de *Entorno Abierto*, hemos subido los puertos de la final de la XXIV Olimpiada Matemática Aragonesa de 2.º de ESO y la proclamación de los finalistas y ganadores de nuestro II Concurso de Radionovelas Matemáticas. Apenas hemos *coronado* la penúltima cima (de hecho aún nos queda la entrega de premios), y ya encaramos las primeras rampas del puerto más importante que se presenta ante nosotros impresionante, con duras rampas y curvas que nos obligarán a un sobreesfuerzo para seguir adelante. Me refiero, por supuesto, a la XXVI Olimpiada Matemática Nacional, que se celebrará en el IES Pirámide de Huesca del 24 al 28 de junio próximos.

El 9 de mayo tuvo lugar la final de nuestra olimpiada. Después de que el curso pasado no fue posible, este año volvimos al escenario *tradicional*: la Facultad de Ciencias. Al nuevo decano, Luis Oriol, le tenemos que agradecer este feliz regreso. En esta ocasión, fueron 106 los participantes clasificados para la final, entre los cuales el tribunal tuvo la complicada tarea de elegir a los seis representantes de Aragón en la Olimpiada Nacional. Acostumbramos a nombrarlos en orden alfabético, pero igual que en nuestro blog, esta vez lo hacemos en orden inverso:

Juan Prado Ardanuy
Jorge Muel Pérez
Marta Garijo Gracia
Antonio Aráiz Gómez
Lucía Aparicio Sancho
Pablo Alonso Campos

Los seis representantes aragoneses

Sigma Interactivo

Geometría con PLOT
Policubos
El Departamento de Matemáticas como espacio de cambio organizativo y metodológico
Enseñando proporcionalidad aritmética en 1.º de ESO
XVI Concurso Matemático del IES Benjamín Jarnés
Detección del cáncer: ¿Pruebas válidas?
Caminante, no hay camino sin geometría
MatemaTICinfantil: matemáticas interactivas con la PDI en Educación Infantil
Semana cultural: Matemáticas

únete
a la SAPM

El IUMA, Casio, SICE y Elecnor, ya apoyan hace años esta iniciativa; a ellos, en esta ocasión se unieron las editoriales SM y Anaya.

Para la entrega de premios el Aula Magna, presentaba un aspecto impresionante, con todos los participantes, padres, madres, profesores acompañantes... En la mesa, diferentes autoridades entre las que destacaba, por su cargo y por ser la primera vez que acudía al acto, la consejera de Educación Dolores Serrat.

Sin duda, un éxito que desde la SAPM tenemos que achacar a todos los mencionados, pero, en especial a los participantes.

Y lo mismo podemos decir del II Concurso de Radionovelas Matemáticas. Desde luego, la implicación de Aragón Radio ha dado a esta actividad un impulso definitivo que nos ha llevado a contar con un total de 68 radionovelas presentadas. Los finalistas y ganadores de las dos categorías (Primaria y Secundaria) se proclamaron el día 12 de mayo, *Día Escolar de las Matemáticas*. Fueron los siguientes (los últimos citados son los ganadores de cada categoría):

Categoría de Primaria

- *Diario de Jara Hernández. Semana de campamentos del 11 al 21 de julio.* Autores: Jara Hernandez, Paula Magaña, Laura Gimeno y Alex Murillo. 6.º Primaria. CEIP Jose Antonio Labordeta.
- *La clase de mates y el problema.* Natalia Andrés, Manuel de Santiago y Daniela Valbuena. 6.º Primaria. Colegio Británico de Aragón.
- *La vaca que no sabía restar.* Irene Gálvez Gallego y Lucia Gracia Sedeño. 3.º Primaria. CEIP Valdespartera.

Categoría de Secundaria

- *Genius' Club.* Laura Valero, Alvaro Rotellar, Carlos Izquierdo y Raúl Cruz. 3.º ESO. IES Élaios.
- *La ecuación de la exposición.* Hugo García Santafé, Saúl Cordero Egido y Enzo Rodríguez Zuech. 4.º ESO. IES Pirineos.
- *La entrevista nunca dada.* Juan Pablo Huszac, Samuel Navarro Díez, Carlos Pérez Marco y María Sobreviela. 2.º y 4.º ESO. IES Rodanas.
- *El último caso.* Álvaro Ruiz-Borau Vizárraga, Tatiana Lor Martínez, Xavier Caudevilla Cunhal-Sendim. 4.º ESO. Colegio La Milagrosa

Como se puede ver en la imagen del final de esta crónica, la entrega de premios será el próximo 4 de junio, siendo la entrada libre, hasta completar el aforo. Haciendo clic en la invitación se accede al enlace en el que se pueden escuchar todas las radionovelas presentadas.

Daniel Sierra Ruiz
Presidente de la SAPM

XXVI Olimpiada Matemática Nacional

Huesca 2015 IES Pirámide

del 24 al 28 de junio

Convoca

Federación Española
de Sociedades de Profesores
de Matemáticas

Organizan

Sociedad Aragonesa
«Pedro Sánchez Ciruelo»
de Profesores
de Matemáticas

GOBIERNO DE ARAGON
Departamento de Educación,
Universidad, Cultura y Deporte

Colaboran

IES PIRÁMIDE

hoya de huesca
Comarca Hoya de Huesca • Plana de Uesca

Instituto Universitario de Investigación
de Matemáticas
y Aplicaciones
Universidad Zaragoza

CASIO
División Educativa

SICE

elecnor
infraestructuras

Agrupación
Astronómica
de Huesca

sm

ANAYA

ESPACIO 0°42 HUESCA
CENTRO ASTRONÓMICO ARAGONÉS

EMOZ
Escuela Museo Origami Zaragoza

Weidmüller

LACASA
Chocolateras desde 1852

lunares
AGUA MINERAL NATURAL

DIPUTACIÓN DE ZARAGOZA

Visita la web

Geometría con PLOT

por

Florencio Villarroya Bullido

Presentamos aquí un material para la enseñanza de la geometría del espacio.

Es un material elaborado por mí a partir de un conocido material preparado en los años 80 por los IREM (Institutos de Investigación de la Enseñanza de las Matemáticas), de las ciudades de Poitiers, Orléans, Limoges, Tours, con cuyas iniciales se hace PLOT.

La versión que aquí presentamos consta de varias láminas que contienen polígonos regulares, con una pestaña añadida, por donde se doblan:

- Lámina con 20 triángulos equiláteros.
- Lámina con 12 cuadrados.
- Lámina con 6 pentágonos regulares.
- Lámina con 4 hexágonos regulares.
- Lámina con 2 octógonos regulares y
- Lámina con 2 decágonos regulares.

Todos tienen el lado común (2 pulgadas aproximadamente), para que se puedan hacer figuras mezclando polígonos.

De cada lámina se sueltan los polígonos y con ayuda de unas gomillas del n.º 3, se enlazan entre sí, con habilidad y solo con las manos, o con habilidad y la ayuda de un ganchillo. Bueno, se pueden doblar las pestañas hacia fuera y entonces el enlace es manual muy fácil, o se pueden doblar hacia adentro, en cuyo caso para las últimas gomillas es imprescindible el ganchillo, o una gran habilidad. El material es reutilizable, es decir se pueden montar y desmontar cuantas veces se quiera, siempre que se sea cuidadoso. Se pueden conservar las piezas construidas, durante bastante tiempo; el problema es que las gomillas se secan y hay que sustituirlas. Las cartulinas de las láminas son más duraderas.

El material se puede utilizar en todos los niveles de enseñanza, independientemente de la Ley que los controle. Dependiendo del nivel en que estemos utilizándolo propondremos unas actividades u otras. Yo he visto construir dodecaedros, cubos, octaedros a niños de seis años.

Aprovecho para explicar la actividad más sencilla:

- Repartir entre los grupos de alumnos láminas con pentágonos y pedirles que construyan una figura, la que quieran.
  La propia construcción les lleva, en la mayoría de los casos a una solución única: el dodecaedro.
  Después se trata de clasificar este cuerpo de alguna manera, es decir contando el número de caras, aristas y vértices que la figura tiene. Las palabras aristas y vértices se pueden sustituir en una primera etapa por gomillas, y agujeros.
  Esta actividad no dura más allá de media hora, aunque sea la primera que se realiza en el grupo.

— Repartir entre los grupos de alumnos láminas con cuadrados y pedirles que construyan una figura, la que quieran.
Aquí es posible que los alumnos intenten construir figuras grandes, pero para ello veremos que utilizan caras formadas por más de un cuadrado, con lo que diremos que son figuras compuestas, por ejemplo pueden construir un doble cubo, u otras figuras que nos servirán después para hacer relaciones de volumen entre ellas. Finalmente todos se verán forzados a admitir el cubo, como la única figura que se forma de manera elemental con cuadrados. Después de nuevo clasificaremos el cuerpo contando caras, vértices y aristas.

— Repartir hexágonos. Actividad que lleva a los alumnos a construir un embaldosado hexagonal o a formar figuras forzando los hexágonos que dejan de ser planos. Es el momento de reflexionar por qué lo que funcionaba con pentágonos y cuadrados no funciona con hexágonos. Los alumnos sin dificultad llegarán a la conclusión de que para que se *cierre* un cuerpo, la suma de los ángulos de las caras que se juntan en un vértice tiene que ser menor de 360º. El ángulo que falta para completar los 360º es importante pues más adelante nos lleva a un teorema.

— El siguiente reparto es el de los triángulos. Aquí se abre el abanico de posibilidades. Pues podrán construir figuras (regulares, para los profesores) o no. Juntarán en cada vértice entre 3 y 5 caras, será el momento de cuando haya varias figuras construidas llevarlas todas a la mesa del profesor y analizarlas y clasificarlas, por su belleza, por su simetría o .... como en los casos anteriores por sus caras, vértices y aristas. De este modo llegarán a distinguir unos poliedros regulares (convexos), otros no regulares (también convexos) y unos cóncavos (de los que enseguida se puede uno dar cuenta que se pueden construir infinitos, en cuyo caso el problema se termina).

— Volviendo a los regulares se pueden volver a clasificar como dodecaedro y cubo, hacer entonces una tabla que recoja todos los datos de los poliedros regulares. De este modo se habrá demostrado de manera constructiva, un teorema que dice que solo existen cinco poliedros regulares convexos.

— Para clasificar los no-regulares se hace necesario distinguir en ellos los tipos de vértices, pues las caras y aristas son todas iguales, pero no así los vértices, pues a la hora de clasificar, los hay que juntan 3, 4 y/o 5 caras. Aparece así la familia de deltaedros (todas sus caras son triángulos equiláteros y su forma es la de la letra griega DELTA mayúscula, o la de las Alas delta que se ven por las playas.

Sobre esa familia y sobre más actividades con este material os presentaremos más adelante un texto con figuras, fotos y hasta es posible que algún vídeo.

En estas líneas solo queríamos hacer una presentación sencilla.

Gracias por haber leído hasta el final.

Policubos

por

Óscar Carrión Lostal

(IES Valdespartera, Zaragoza)

Los *policubos* o multicubos (denominación que usan para su comercialización), se venden en bolsas de 200 piezas, de 2 cm de arista, y en 10 colores distintos, donde también existe la posibilidad de comprar una base para la colocación de dichas piezas.

Es un material didáctico muy importante para desarrollar en nuestros alumnos los conceptos matemáticos que les queremos transmitir. En edades tempranas, etapa de *Infantil*, pueden realizar recitados de la serie numérica, construcciones de una colección dado un cardinal, hallar el cardinal de una colección dada, seriaciones, etc. En *Primaria* y *Secundaria*, partiendo de figuras sencillas y aumentando el grado de dificultad, podemos trabajar conceptos de vértices, caras y aristas, cálculo de áreas y volúmenes, simetrías, cuándo se consideran dos figuras iguales en geometría, etc.

Con este material los alumnos potencian la *visión espacial*, que es una habilidad que les cuesta ejercitar a nuestros alumnos. En este sentido se puede proponer que dibujen distintas figuras que hayan construido con los policubos, en una trama isométrica, para que vean el efecto de las tres dimensiones. También es conveniente que a partir de la figura obtengan las vistas: alzado, planta y perfil y que las dibujen en una trama cuadrada ya que les ayuda a calcular el área total de la figura, así como el proceso inverso, dadas las vistas de una figura, que sean capaces de construirla con policubos. En esta parte sería conveniente coordinarnos con otras áreas como Tecnología y Dibujo Técnico, ya que también trabajan la visualización.

En relación con lo expuesto, propongo la siguiente colección de actividades que pueden ser utilizadas en el Primer Ciclo de ESO:

Desarrollo de la actividad

1. Manipulación y familiarización por parte del alumno del material utilizado: que vean cómo se encajan las piezas, y que empiecen a construir figuras sin ninguna indicación específica.
2. Dado un policubo, ¿qué nombre tiene en matemáticas dicha figura?, ¿cuántos vértices, caras y aristas tiene? Investiga y dibuja cuántos desarrollos planos admite dicha figura, ¿sabes cómo se denomina en matemáticas a dichos desarrollos planos?, define tal concepto.
3. La asociación de distintos policubos consiste en unirlos por una de sus caras, por lo que una asociación de dos policubos se denomina *bicubo*, y cuya vista en una trama isométrica se puede ver en la figura 1. ¿Existe algún bicubo distinto al dibujado?, si la arista de uno de esos cubos es una unidad, ¿cuál es el área total de ese bicubo? Para contestar a la pregunta, te pueden ayudar las vistas de la figura, para ello recuerda que el *alzado* es la vista de frente, el *perfil* es la vista desde el lado izquierdo al alzado, y la *planta* es la vista desde arriba. En la figura 2 tienes las vistas del bicubo anterior

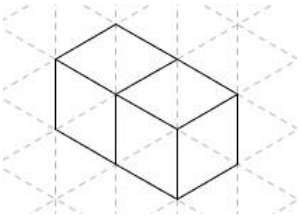


Figura 1

4. Investiga y dibuja todos los policubos distintos que se pueden construir con 3 cubos en una trama isométrica. ¿Cómo se llaman dichas figuras? Realiza una clasificación por su forma. Dibuja en una trama cuadrada sus vistas. ¿Cuál es el área total de cada uno de ellos? ¿Cuál es su volumen? Saca tus propias conclusiones.
5. Ídem que el ejercicio anterior, pero ahora para los policubos distintos que se pueden construir con 4 cubos. ¿Cuál de ellos es el de menor área?, ¿por qué?
6. Identifica de los policubos construidos con 3 y 4 cubos, cuáles no son convexos. ¿Cuántos te quedan de 3 y 4 cubos?, ¿cuántos cubos tienes en total? Si quisiéramos construir un cubo más grande con ese número total de cubos, ¿podríamos?, ¿cuál sería su arista ahora?
7. Con las piezas que te quedan del ejercicio 6, es decir, las figuras no convexas de 3 y 4 cubos, cada una de un color distinto, vas a construir un cubo. A continuación tienes que indicar las instrucciones de construcción sobre una trama isométrica,

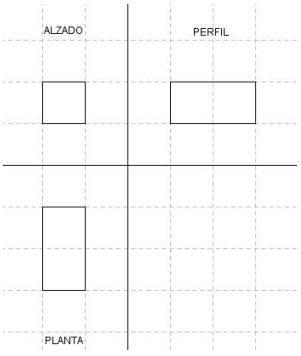


Figura 2

para que simplemente con su visualización siempre seas capaz de montar dicho cubo. Posteriormente, con las soluciones aportadas por tus compañeros, tenéis que ser capaces de comparar y verbalizar las distintas soluciones encontradas, además de saber montar las construcciones del cubo de tus compañeros con sus instrucciones específicas.

Nota. Es importante, ya que en general es lo que más les cuesta a nuestros alumnos, que dibujen las distintas figuras en una trama isométrica, para que desarrollen su visión espacial. Una vez que hayan adquirido una cierta destreza, podemos indicarles que pueden hacer las figuras a través de software gratuito, como es el programa *Geogebra* (es el utilizado en las distintas figuras del artículo). Para ello tan solo hay que darles unas indicaciones básicas:

1) Página web donde aparece y que se pueden bajar gratuitamente según el dispositivo que utilicen nuestros alumnos: https://www.geogebra.org/
2) En el menú *Vista* elegir la opción de *Disposición*, a continuación en *Vistas- Opción Gráfica*, elegir la opción de *Cuadrícula* y activar la opción de *Muestra Cuadrícula*, y en tipo de cuadrícula elegimos la opción: *Isométrica* (si queremos dibujar en tres dimensiones la figura) o *Cartesiano* (si queremos dibujar las vistas de la figura)

Otras actividades

1) En la preparación para la *Olimpiada Aragonesa de 2º ESO* de este año 2015 y cuya semifinal tuvo lugar el pasado mes de marzo, apareció la siguiente actividad de preparación:
https://sites.google.com/site/xxivoma2015/preparacion
Tenemos un cubo que tiene 5 cm de arista y está agujerado de lado a lado como se ve en la figura 3. Si la sección de dichos agujeros es un cuadrado de 1 cm de lado, ¿podrías calcular el volumen total del cubo así perforado? (Problema 15.9)

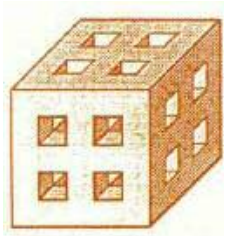


Figura 3

2) Actividades para contar el número de cubos que tienen una serie de figuras, aparecidas en el libro *Invitación a la Didáctica de la Geometría*, de Claudi Alsina y otros, de la editorial Síntesis, número 12.
En dicho libro también aparecen distintas actividades para reconocer figuras en tres dimensiones que son iguales, ya que presentan giros, y también realizan un cuadro con las distintas representaciones de los objetos: isométrica, ortogonal (vistas), topográfica (niveles), perspectiva (punto de visión), código personal (leyenda) (ver páginas 65-71).

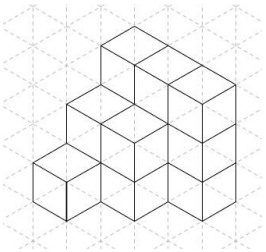


Figura 4

3) Actividad de cubos con túneles, que aparece en el libro *Recursos en el aula de matemáticas*, de Francisco Hernán y Elisa Carrillo, de la editorial Síntesis, número 34. El cubo más pequeño que puede construirse con túneles es el $3 \times 3 \times 3$. Los túneles van de cada cara a su opuesta. Contar el número de cubos que hay en la figura 5.
4) Una actividad interesante que os propongo ya para nuestros alumnos de 4.º ESO opción b o ya para bachillerato de ciencias, y que resulta bastante interesante, es que intenten ver y razonar la relación que se cumple entre el tipo de cubo y los cubitos que hay en la estructura de las figuras anteriores del ejercicio anterior, así como el equivalente en los túneles. Así se introducen nuestros alumnos en los procesos de generalización con expresiones o fórmulas.

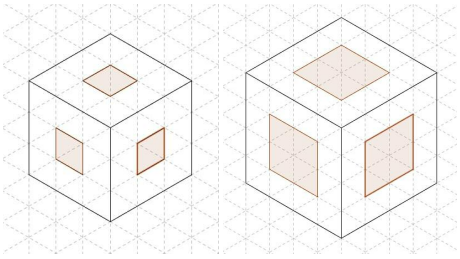


Figura 5

Otras referencias

[1] *Libro de Geometría de 2º ESO,* Actividades para los alumnos y las alumnas del Ministerio de Educación y Ciencia, de los autores Salvador Caballero y otros, con ISBN, 84-7579-954-X
[2] *Libro de texto de Matemáticas de 2º ESO* de la Editorial Marfil, el cual incluye muchas de las actividades citadas en el libro anterior, de los autores Lluís M. Botella y otros, de ISBN, 978-84-268-1353-4

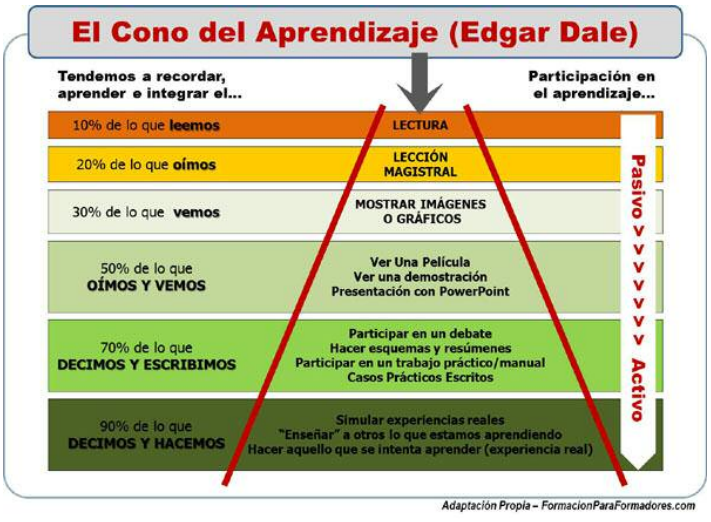
El Departamento de Matemáticas como espacio de cambio organizativo y metodológico

por
Juan Carlos García Ibáñez
Fernando Valera Gil
David Pérez Castejón
(IES Gúdar Javalambre, Mora de Rubielos)

¿Puede ser el Departamento de Matemáticas el espacio para favorecer un cambio organizativo y metodológico en nuestro instituto? A partir de esta pregunta hemos comenzado a desarrollar en el IES Gúdar Javalambre de Mora de Rubielos (Teruel) un proyecto de innovación que nos permita realizar estos cambios.

El proyecto se basa en dos ejes principales. Por un lado el cambio organizativo, consistente en trabajar el mayor número de horas posibles dos profesores dentro de las aulas de 1.º, 2.º y 3.º ESO, el profesor de matemáticas del grupo y el especialista en Pedagogía Terapéutica. La justificación de este cambio organizativo es muy clara, optimizar los recursos personales y ofrecer una atención más individualizada a todos los alumnos/as, no solo a los alumnos con necesidades específicas de apoyo educativo. Todos los alumnos salen beneficiados con esta práctica inclusiva, tanto los alumnos con mayores dificultades, que trabajan dentro del grupo clase, como aquellos alumnoss que no teniendo especiales dificultades sí que pueden necesitar ayudas puntuales que con la presencia de dos profesores dentro del aula pueden ser atendidas. Sin olvidar que la presencia de dos profesores mejora el clima de aula y la autoestima de muchos de los alumnos. El otro eje fundamental es el cambio metodológico. Para facilitar el cambio metodológico disponemos de dos herramientas, por un lado la presencia de dos profesores dentro del aula, y por otro lado el espacio de colaboración docente que supone el Departamento de Matemáticas para diseñar y poner en marcha diferentes metodologías en el aula que nos permitan atender la diversidad cada vez mayor en nuestras aulas y mejorar el clima de clase. Las diferentes metodologías activas que hemos desarrollado durante este año perseguían los siguientes objetivos: mejorar el clima de aula en los primeros curso de la ESO, mejorar el rendimiento de los alumnos en la materia, incrementar su motivación e interés y mejorar las expectativas tradicionalmente negativas hacia las matemáticas.

Cada una de las metodologías desarrolladas ha sido evaluada en el Departamento de Matemáticas para decidir al final del curso cuales de ellas pueden ser incluidas en la programación del Departamento y en el Plan de Atención a la Diversidad del centro.



Las metodologías activas que se han puesto en práctica en las aulas de 1.º, 2.º y 3.º ESO son el aprendizaje cooperativo, grupos interactivos, trabajo manipulativo y el aprendizaje basado en problemas. ¿Por qué estas metodologías? Las metodologías activas se basan en el papel activo del alumno en su aprendizaje y en el uso de las interacciones entre los alumnos como herramienta de aprendizaje. Estas metodologías permiten trabajar en grupos heterogéneos y suponen un cambio con la monotonía de la clase tradicional, por lo tanto

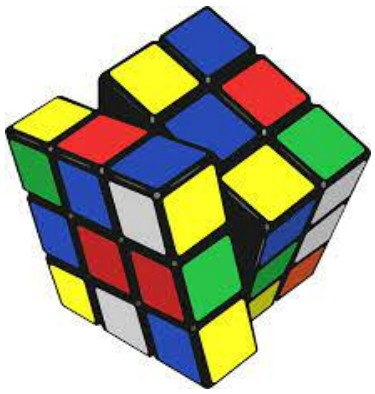
son una buena opción para mejorar las expectativas de los alumnos/as, despertar su curiosidad por el aula de matemáticas y en definitiva aumentar el interés y participación. A continuación aparecen recogidas algunas de las experiencias llevadas a cabo y una breve explicación de su desarrollo.

Aprendizaje Cooperativo. Técnica del Rompecabezas

Unidad *La fábrica de galletas* desarrollada en 2.º de ESO para trabajar proporcionalidad y porcentajes. En primer lugar se dividió la clase en grupos heterogéneos de 4 alumnos y cada grupo asumió el rol de ser una empresa dedicada a la fabricación de galletas de avena. Cada uno de los alumnos del grupo debe asumir la responsabilidad de ser jefe de uno de los 4 departamentos que componen la empresa (departamento de compras, de producción, de ventas y gerencia). A cada alumno se le entrega información referente a su departamento (por ejemplo, al departamento de compras se le entregó una lista con los proveedores de todas las materias primas y los precios que ofrecen cada uno de estos). Tras organizar los grupos y repartir la información, se deja que los alumnos intercambien información con el resto de compañeros de su grupo (fase 1). A continuación se agrupan los alumnos de diferentes grupos que pertenezcan a un mismo departamento y tratan de resolver juntos las cuestiones que se les plantean (fase 2). Finalmente los alumnos regresan a su grupo de referencia para organizar los resultados obtenidos (fase 3). Los gerentes de cada empresa deberán supervisar todo el proceso y recopilar los resultados del resto de departamentos.

Trabajo manipulativo con los cubos de Rubik

La actividad que estamos llevando a cabo es un trabajo en el tema de movimientos en el plano en 3.º ESO que consiste en comprobar que los alumnos han comprendido los contenidos del tema (simetrías, giros y traslaciones) a través de la experimentación con diferentes versiones del cubo de Rubik. Intentamos que los alumnos comprendan las composiciones de movimientos en el plano mediante un sistema de coordenadas y unas figuras que pueden tocar y ver. Los objetivos que se persiguen con esta actividad son interesar a los alumnos por los contenidos matemáticos, desarrollar la creatividad a la hora de manipular objetos, invitar a los alumnos a que aprendan mediante la experimentación y mejorar la agilidad mental con el estudio de algoritmos.



Grupos Interactivos

Los grupos interactivos es una forma de trabajo en el aula en la que se incrementan las interacciones entre los alumnos y se mejora la convivencia. Durante este curso 2014/2015 la actividad ha consistido en una forma de trabajo en el aula en la que la última semana de cada trimestre los alumnos de 4.º ESO bajan a las clases de 1.º ESO para ayudarles en el aprendizaje de las matemáticas. Las clases de 1.º ESO están divididas en grupos hete-

rogéneos y deben resolver 5 tareas competenciales de la unidad en la que están trabajando. En cada grupo hay un alumno de 4.º ESO que se encarga de incrementar las interacciones entre los alumnos de 1.º ESO para que se ayuden entre ellos.

Aprendizaje basado en Problemas

A través de esta metodología hemos diseñado un problema que incluye los objetivos de aprendizaje relacionados con contenidos de dos unidades didácticas. El problema diseñado se dirige a 3.º ESO en geometría (áreas, perímetros y volúmenes). Los alumnos a través del planteamiento del problema deben identificar las necesidades teóricas que tienen, buscar esta información y aplicarla. De esta forma no trabajan primero la teoría y luego la ponen en práctica, sino que la práctica les exige la teoría, facilitando así que vean la necesidad de teoría para resolver situaciones de la vida diaria. El problema planteado debe ser bastante desestructurado y permitir diferentes formas de solución ya que lo trabajarán en grupo y al finalizar las sesiones ofrecerán su propuesta al resto de compañeros.

Estas son algunas de las prácticas que hemos realizado este curso y de las cuales podemos destacar que todas han resultados positivas para cambiar la dinámica de la clases, mejorar la motivación e interés, desarrollar prácticas inclusivas o mejorar las expectativas del alumnado. Sorprender a los alumnos en la clase de matemáticas y vincular los contenidos con la vida real incrementando las interacciones entre los alumnos son medidas que todos podemos llevar a cabo y que mejorarán la calidad de la enseñanza. El objetivo último de nuestro proyecto es sistematizar todo este proceso de cambio organizativo y metodológico y trasladarlo a otros Departamentos de nuestro IES para su futura aplicación en próximos cursos.

Por último queríamos agradecer a la Sociedad Aragonesa de Profesores de Matemáticas la oportunidad de compartir nuestra experiencia y al resto de miembros del Departamento de Matemáticas y los alumnos de IES Gúdar Javalambre por ser los principales protagonistas del Proyecto.

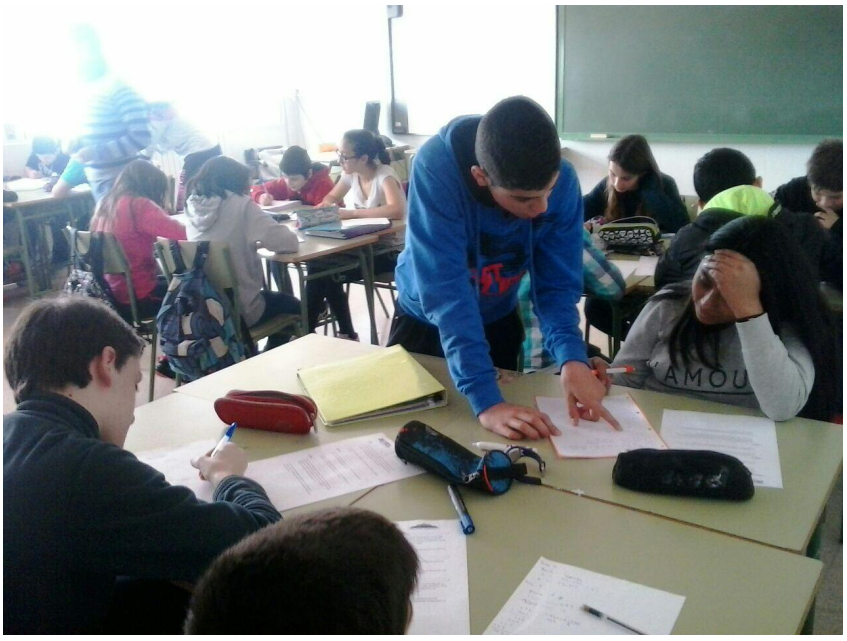
Bibliografía

Johnson, D.W.; Johnson, R.T.; Holubec, E.J. (1999): *El aprendizaje cooperativo en el aula,* Paidós, Buenos Aires.

Pujolàs, P. (2004): *Aprender juntos alumnos diferentes. Los equipos de aprendizaje cooperativo en el aula.* . Eumo-Octaedro, Barcelona.

Aubert, A ; Flecha, A ;García, C ; Flecha, R.; Racionero, S. (2008); *Aprendizaje dialógico en la Sociedad de la Información*, Hipatia, Barcelona

Aubert, A; Duque, E.; Fisas, M.; Valls, R. (2004). *Dialogar y transformar. Pedagogía crítica del siglo XXI*. Graó, Barcelona



Enseñando proporcionalidad aritmética en 1.º de ESO

por

Sergio Martínez, José María Muñoz y Antonio M. Oller

(IES Leonardo de Chabacier, Calatayud, y Universidad de Zaragoza, Universidad de Zaragoza, Centro Universitario de la Defensa de Zaragoza)

En un concurso televisivo se realizó la siguiente pregunta: «Completa la regla de tres: Si un caramelo vale 20 céntimos, ¿cuántos céntimos valen 7 caramelos?». El resultado fue que la concursante quedó eliminada al no saber contestar. Ante el fallo, nos preguntamos qué hubiese pasado si la pregunta hubiese sido formulada así: *Si un caramelo vale 20 céntimos, ¿cuántos céntimos valen 7 caramelos?*

Al parecer, situaciones multiplicativas que resuelve fácilmente un niño de 4.º de Primaria, presentan dificultades si se ven en clave de proporcionalidad aritmética gracias a una enseñanza que presenta la *Regla de Tres* como técnica de resolución principal de problemas de proporcionalidad consistente en:

1. Disponer los datos tabularmente.
2. Evaluar si existe proporcionalidad directa o inversa.
3. Plantear y resolver una ecuación algebraica o bien, multiplicar y dividir los datos en un orden determinado atendiendo a la disposición espacial concreta.

Esto se traduce en que problemas como el del concurso, que podrían resolverse recurriendo al significado de la multiplicación, deben resolverse con este esquema.

A pesar de la reconocida importancia de la proporcionalidad aritmética son muchas las evidencias de que existen graves problemas de comprensión por parte de los estudiantes. Del análisis de libros de texto, extraemos algunas consideraciones respecto al estado de la enseñanza:

— Desequilibrio entre conocimientos conceptuales y procedimentales, a favor de estos últimos. Predominan técnicas algebraicas y mecánicas como la Regla de Tres y se trabajan muy pocos tipos diferentes de problemas.

— Ausencia de trabajo con magnitudes ya que las manipulaciones se realizan desde un punto de vista numérico sin contextualizar los cálculos y las cantidades resultantes. Se considera la razón interna entre números como cociente (caramelos/caramelos y euros/euros, en problemas similares al anterior) en vez de la razón externa entre cantidades entendida como cantidad de otra magnitud (euros/caramelos como precio unitario y caramelos/euros como cantidad de caramelos por euro).

— La relación de proporcionalidad se da por supuesta, solo se decide si es directa o inversa utilizando criterios que favorecen la aparición de razonamientos incorrectos (A más, más; a menos, menos). Ambas relaciones se suelen tratar en 1.º ESO pese a que son fenómenos muy alejados.

Después de varias investigaciones conducentes a la elaboración de propuestas didácticas para la enseñanza del número racional en Primaria, desde el área de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Zaragoza se ha elaborado una propuesta de enseñanza sobre el número racional como razón y sus implicaciones en la proporcionalidad para primer ciclo de ESO y que se encuentra actualmente en curso.

Las ideas clave son: Trabajar con magnitudes y con la razón como «tanto por uno», caracterizar la proporcionalidad a partir de razones externas y cantidades de magnitud, plantear la resolución de problemas como eje de la actividad de los estudiantes y ampliar la tipología de éstos y aplicar estas ideas a conceptos como el porcentaje. Además posponemos la relación inversa a 2.º, profundizando en el concepto y manejo de la razón y las relaciones directas en 1.º. Esto permite a los alumnos abordar situaciones de proporcionalidad compuesta con muy poca instrucción.

La propuesta para 1.º ESO tiene una duración de 12 sesiones que incluyen una de repaso y otra para una prueba objetiva que presentamos brevemente junto con algunas producciones de los alumnos:

1.ª Sesión: Concepto de magnitud, propiedades medibles y no medibles. Vocabulario asociado, cantidad de magnitud, valor numérico, unidad. Significados y usos del número. Magnitudes usuales.

2.ª y 3.ª Sesión: Cálculo e interpretación de razones externas como cantidad de una nueva magnitud asociada al resultado de un reparto igualitario, condiciones de regularidad para que tenga sentido la razón, razón inversa. Concepto de «magnitudes directamente proporcionales» (figura 1).

4.ª y 5.ª Sesión: Resolución de problemas en los que es necesario comparar dos situaciones a través de sus razones de forma cualitativa o cuantitativa (figura 2).

6.ª y 7.ª Sesión: Resolución de problemas de valor perdido mediante el cálculo de la razón que resuelve por multiplicación (figura 3).

8.ª Sesión: Resolución de problemas de proporcionalidad compuesta previa reducción a simple operando con las magnitudes involucradas (figura 4).

9.ª y 10.ª Sesión: Interpretación del porcentaje como cantidad de una magnitud asociada a cien unidades de otra, cálculo de la parte, total y porcentaje (figura 5).

Hasta el momento, se ha experimentado la propuesta con 5 grupos naturales de 1.º de ESO. Avanzamos algunos puntos fuertes de la propuesta tras analizar la actuación de los estudiantes mediante sus producciones escritas, entrevistas, grabaciones de video y audio:

- La implementación de la propuesta es viable: el número de sesiones es similar al tradicional, se mantiene la distribución de calificaciones, los cambios en la secuenciación no plantean problemas y los resultados del grupo de control usando regla de tres no son mejores que los de nuestros grupos.
- Los alumnos profundizan en el significado de las operaciones aritméticas y se mejoran los procesos de argumentación de las respuestas en cantidad y calidad.
- Se evitan técnicas algorítmicas y la identificación de la resolución de problemas con la aplicación de algoritmos, a la vez que aumentamos la tipología de problemas planteados.
- Se ha conseguido implicar a los profesores de Matemáticas del IES, fomentando el debate sobre estos contenidos y la manera de abordarlos.

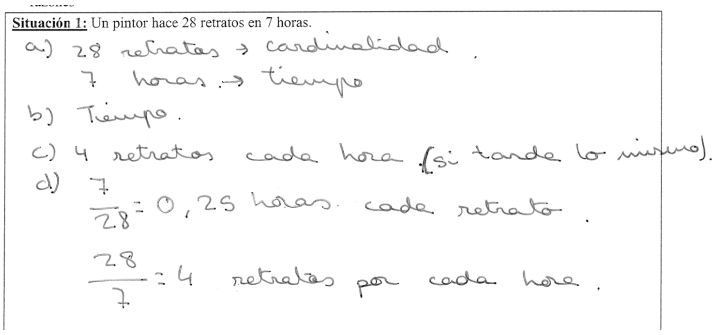


Figura 1

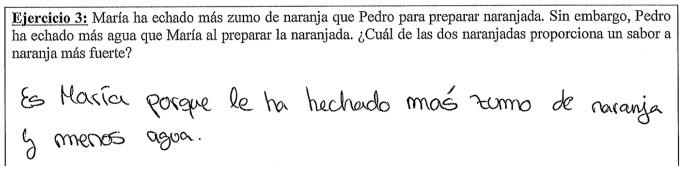


Figura 2

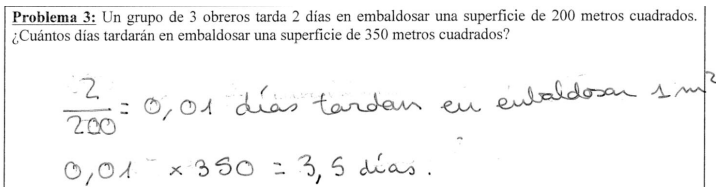


Figura 3

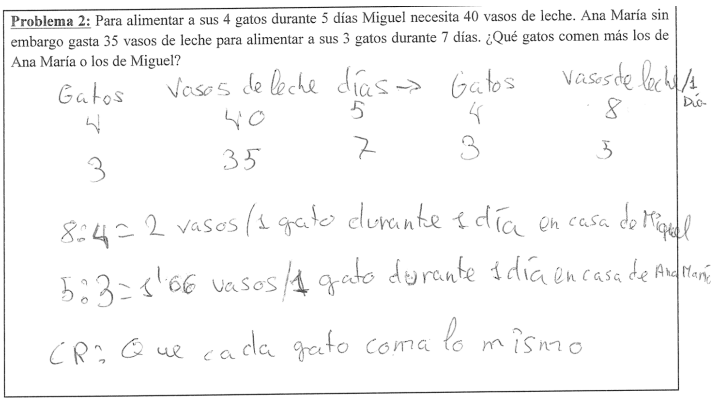


Figura 4

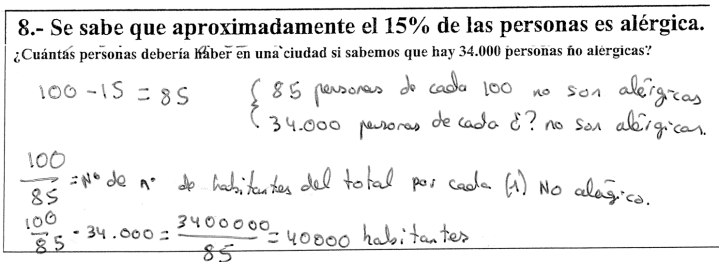


Figura 5

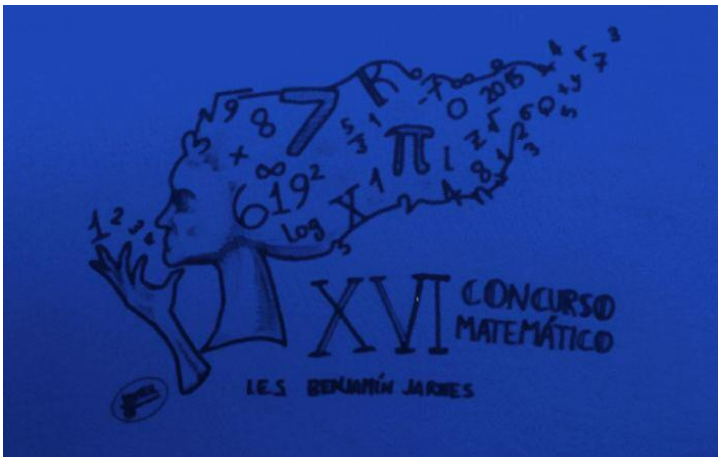
XVI Concurso Matemático del IES Benjamín Jarnés

por

José Cariñena Burbano

(IES Benjamín Jarnés, Fuentes de Ebro)

Más de 400 personas esperan impacientes en el patio del IES Benjamín Jarnés de Fuentes de Ebro. Lo insólito es que es un sábado por la mañana, el 18 de abril, el día del XVI Concurso Matemático, cuyo hilo conductor este año son las mujeres matemáticas.



Hay tensión y nerviosismo en el ambiente. Hay muchos participantes, 384 alumnos desde 6º de primaria hasta 3º de ESO, acompañados por sus profesores. Muchos de ellos han tenido que desplazarse. Han venido desde el Pablo Gargallo y Pablo Serrano de Zaragoza, La Puebla, El Burgo, Pina, Borja, Villanueva, Zuera, Albarracín, Sástago, Belchite y Fuentes de Ebro. Ninguno se siente solo, es una competición por clases, en equipos de seis.

Llegado el momento cada clase debe separarse para cubrir las tres pruebas en que se divide el concurso.

Tres miembros de cada equipo se enfrentarán juntos a seis problemas, uno de ellos en inglés y en francés. Son problemas diseñados para que los participantes de cursos inferiores puedan competir con los mayores, no requieren complicadas técnicas sino ingenio, imaginación y trabajo en equipo.

Otros dos emplearán el ordenador para resolver un webquest, este año trata de mujeres matemáticas. Son 20 preguntas realmente difíciles que pondrán a prueba su capacidad para diseñar estrategias de búsqueda y su conocimiento de algunas herramientas online.

El último miembro de cada equipo se enfrentará en solitario a la prueba de pasatiempos; sudokus y calcudokus. Importa resolverlos y también importa ser rápido.

Para muchos todo es nuevo, esperar en el patio (van llamando por aulas), entrar, coger la camiseta del concurso, subir por pasillos desconocidos, seguir a un profesor nuevo, ocupar el lugar en el aula que corresponde (bautizadas con nombres de matemáticas célebres), esperar de nuevo... el proceso aumenta la tensión, todo está preparado.

Suena el timbre y comienza el concurso. Cualquier profesor a cargo de estos alumnos percibe su concentración, su motivación, su capacidad para transformar todo en un juego y disfrutar. Se les ve crecer. Ninguno de los adultos puede disimular la sonrisa al verlos escribir, rascarse la cabeza, debatir con pasión diferentes propuestas para un problema.

Muchas personas han colaborado en la organización. No sólo el departamento de matemáticas del centro sino una legión de voluntarios que abarca profesores jubilados, antiguos profesores del centro ahora en otros centros

(y que han traído a sus alumnos) y otros profesores del centro que, sin ser de matemáticas, ayudan a la organización y el desarrollo de las pruebas. Todos ellos se sienten recompensados al ver esa mezcla de tensión intelectual y juego.

También hay alumnos mayores del centro que repartirán el almuerzo y diversas instituciones que colaboran organizando autobuses de transporte.

Al acabar las pruebas, los alumnos reciben un almuerzo y actúa un mago, el Gran Alexander, para los alumnos de 6º y 1ª de ESO. Los mayores comentan los problemas en el patio y esperan la entrega de premios, el tiempo apremia y la organización esta corrigiendo y sumando las puntuaciones.

La entrega de premios se lleva a cabo en el patio del instituto, brilla el sol y hay una muchedumbre uniformada con la camiseta azul del concurso esperando. El resultado del concurso es importante para los participantes, los organizadores tenemos la sensación de haber ganado ya. Fue el siguiente:

Mejor 6.º: 6.º A Fuentes de Ebro
Mejor 1.º ESO: 1.º D Zuera
1º premio: 1.º ESO D Zuera y 2.º ESO A Villanueva
2º premio: 3.º ESO A Zuera
3º premio: 2.º ESO F Fuentes de Ebro

Se llevó a cabo la entrega de trofeos y posteriormente una foto final para guardar como recuerdo común.

Es hora de montar en el autobús y todo el mundo hace balance de la mañana de sábado. Hay muchas sonrisas tanto por los participantes como por los organizadores.

Desde el departamento queremos agradecer la participación de los alumnos y de los voluntarios. Es un placer formar parte de esto.

XVII JAEM

Jornadas
para el aprendizaje
y la enseñanza
de las matemáticas

5-8 julio

Educación matemática, un mar de posibilidades

semrm
Sociedad de Educación Matemática de la Región de Murcia

Federación
Española de
Sociedades de
Profesores de
Matemáticas

Núcleos temáticos

Infantil y primaria: ahí empieza todo
Didáctica y formación del profesorado
Modelización y formalización
Resolución de problemas
Materiales y recursos en el aula de matemáticas
Conexiones y contextos
Comunicación y divulgación

Visita la web

Detección del cáncer: ¿Pruebas válidas?[1]

por

Miguel Barreras Alconchel

(IES Matarraña, Valderrobres)

En un artículo de la revista *Investigación y Ciencia* de marzo de 2012, «Detección del cáncer. Estadística de los falsos positivos», el prestigioso divulgador matemático John Allen Paulos sorprendía cuestionando la validez de las pruebas para detectar distintos cánceres (Leer artículo en *cancer.xls[articulo]*). Y ponía un ejemplo numérico, concreto, que se va a analizar aquí, con ayuda de una hoja de cálculo Excel.

Supongamos que un millón de personas se somete a las pruebas para detectar un determinado cáncer y que la prevalencia de esa enfermedad es de un 0,4% (2 por cada 500). Es decir, suponemos que, aproximadamente, habrá unas 4.000 personas enfermas en ese millón. Supongamos también que esa prueba da falsos positivos en un 1% de los casos; esto es, 1% de las personas sanas dará positivo (se deja para el lector la reflexión de los corolarios sicológicos y físicos que el paciente sano puede llegar a sufrir). Por fin, pongamos también que esta prueba arroja un porcentaje del 0,5 de falsos negativos.

En el libro Excel *cancer.xls [cancer]* se plantea y resuelve el problema.

El formato de las celdas A7, C7, E7 lo hemos cambiado a *Porcentaje, 2 decimales.*

Vamos a aplicar el teorema de Bayes, pero elaborando de forma sencilla una tabla de doble entrada, para prescindir de las fórmulas clásicas que suelen confundir a los no matemáticos. El proceso es el siguiente:

	A	B	C	D	E
6	afección		falsos +		falsos -
7	0,40%		1,00%		0,50%

	A	B	C	D
9		C	no C	
10	="+"			
11	="-"			
12		=D12*A7		1000000

	A	B	C	D
9		C	no C	
10	="+"			
11	="-"			
12		=D12*A7	=D12-B12	1000000

	A	B	C	D
9		C	no C	
10	="+"	=B12-B11		
11	="-"	=B12*E7		
12		=D12*A7	=D12-B12	1000000

1.º el rojo, 2.º el verde

	A	B	C	D
9		C	no C	
10	="+"	=B12-B11	=C12*C7	=B10+C10
11	="-"	=B12*E7	=C12-C10	=B11+C11
12		=D12*A7	=D12-B12	1000000

Rojo / verde /azul / amarillo

Se llega, así, a la tabla completa, con las probabilidades condicionadas siguientes:

	C	no C	
+	3.980	9.960	13.940
−	20	986.040	986.060
	4.000	996.000	1.000.000

totales

P(C)=	0,004
p(no C)=	0,996
p(+)=	0,014
p(-)=	0,986

condicionadas

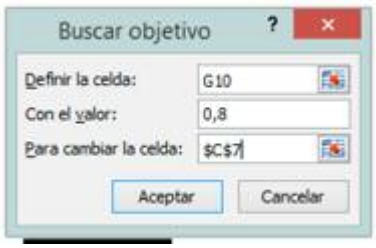
p(C/+)=	0,286
p(C/-)=	0,000
p(+/C)=	0,995
p(+/no C)=	0,010

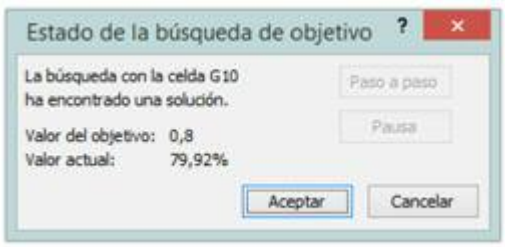
p(no C/+)=	0,714
p(no C/-)=	1,000
p(-/C)=	0,005
p(-/no C)=	0,990

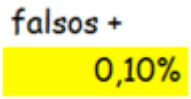
Por tanto, entre todas las personas que dan positivo (13.940), solo 3.980 tienen, efectivamente, cáncer. Esto supone una probabilidad de 3.980 /13.940, es decir 0,286 (el 28,6 %), porcentaje que sorprende a Paulos. Y también que 9.960 personas sanas den positivo.

Es claro que la cuestión puede solventarse, fácil, con lápiz y papel, pero la hoja de cálculo nos permite analizar todas las situaciones imaginables, sin cuentas adicionales, simplemente cambiando el valor de las celdas donde aparecen el porcentaje de incidencia de la enfermedad y los de falsos positivos y negativos de la prueba. [ver *cancer.xls[fe]*. Pero, es más: podemos resolver inmediatamente problemas inversos del tipo siguiente: ¿Qué cota de falsos positivos podríamos permitirnos para que p(C/+) subiera al 80 %, por ejemplo?

1. Seleccionamos la celda C10.
2. *Datos / Herramientas de datos / Análisis Y si… / Buscar objetivo.* Completamos así:







3. La cota de falsos positivos no puede superar el 0,10 %.

Para acabar, supongamos que no se puede bajar la cota de falsos positivos y es del 1 %. Si una persona ha dado positivo, ¿se debería repetir la prueba? Parece razonable que sí. Si da otra vez positivo (esto es, ha dado dos positivos en dos pruebas), ¿cuál es la probabilidad de que tenga, efectivamente, cáncer? La solución está en *cancer.xls[doble positivo]*. Ahora es p(C/++)=0,98 (B7/D7=3.960,1/4.059,7), un resultado bastante aceptable.

	A	B	C	D	E
3	afección		falsos +		falsos -
4	0,004		0,01		0,005
6		C	no C		
7	="++"	=B11*(1-E4)^2	=C11*C4*C4	=B7+C7	
8	="+-"	=B11*(1-E4)*E4	=C11*C4*(1-C4	=B8+C8	
9	="-+"	=E4*(1-E4)*B11	=C8	=B9+C9	
10	="--"	=B11*E4*E4	=C11*(1-C4)^2	=B10+C10	
11		=D11*A4	=D11-B11	1000000	

	C	no C	
++	3.960,1	99,6	4.059,7
+−	19,9	9.860,4	9.880,3
−+	19,9	9.860,4	9.880,3
−−	0,1	976.179,6	976.179,7
	4.000	996.000	1.000.000

1. El libro Excel que se trabaja aquí, cancer.xls, está en la web <http://catedu.es/calendas/catexcel/probabilidad.htm> o directamente < http://catedu.es/calendas/cancer.rar>.

Caminante, no hay camino sin geometría

por

Beatriz Rubio Serrano

(Colaboradora del Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones)

Una de las ventajas de hacerse mayor es que comienzas a reconocer ante ti misma lo que verdaderamente eres —y no lo que te gustaría ser—. Hace tiempo que asumí que siento una predilección casi incontrolable por las cosas bellas: los edificios armónicos, la ropa elegante, los logos de ciertas marcas, los envases de perfumes con diseños bonitos, los lugares cuidados, las personas cuidadas... Sin embargo mi paso por la facultad de matemáticas me hizo abandonar el sentimiento de culpa que me acompañaba; entendí que no era una cuestión de frivolidad, sino una cuestión, que una vez más, podía explicar la ciencia: la naturaleza es y busca la simetría.

Pero vayamos por partes y comencemos por el principio; por el principio temporal y por el principio fundamental.

El principio temporal tuvo lugar el pasado domingo. Al despertar, la luz y las formas que se advertían desde mi ventana rescataron del olvido una interesante conferencia del Catedrático Luis Rández: Curvas y Luz en la Arquitectura Medieval y Modernista. En ella, entre otras muchas cosas, nos explicó curiosidades de la geometría que nos podemos encontrar en nuestro camino del día a día. A modo de ejemplo, en la plaza de Europa, las farolas que alumbran el monumento central de la Plaza Europa son dos tetraedros girados; las papeleras del paseo del Ebro son de tipo conoide y en este mismo paseo también podemos encontrar formas geométricas en los alcorques con un dibujo de intersección de circunferencias o bancos sinusoidales en el Parque Macanaz.

Tras visitar varias páginas, entre ellas Matemáticas en tu Mundo de José María Sorando o Rutas Matemáticas III: El Mudéjar de Carlos Usón y Ángel Ramírez, decidí sumergirme en el universo geométrico —y aquí aparece el principio fundamental— del casco de Zaragoza.

Después de abrir los ojos por el paseo de El Ebro y visitar la Iglesia de San Gil y el pasaje de Los San Giles, mi parada era obligada: la Calle Alfonso, uno de los puntos más transitados de la ciudad que yo me había propuesto ver desde otra óptica. Había decidido observar la perspectiva cónica desde el principio de la calle, colocarme en la línea de tierra y contemplar que las líneas de perspectiva se juntan en un mismo punto llamado punto de fuga, que en este caso era el Pilar; ahí es nada, ya querrían nuestros alumnos encontrarse todos los días un punto de fuga tan espectacular como nuestra basílica.

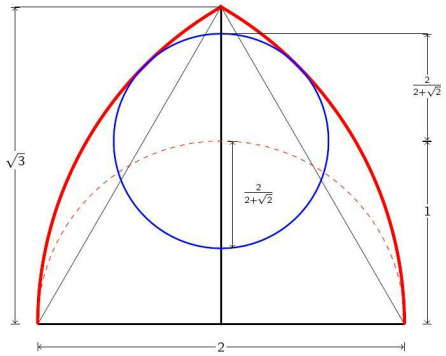
Y ahí, justo en ese punto, antes de seguir caminando me di la vuelta y recordé mi debilidad por lo bello; por lo simétrico.

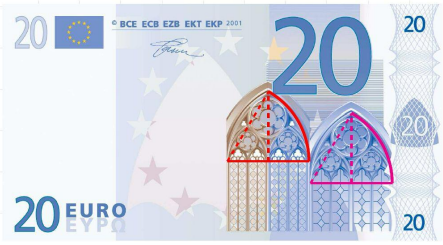
Afortunadamente, después de mi paso por la Facultad de Ciencias sé que no hay que darle más vueltas, a los humanos nos gustan los rostros más simétricos —Leonardo Da Vinci en su dibujo El hombre Vitruvio nos demostró el Canon de las proporciones humanas— estas personas son las que mejor ADN tienen, y eso es lo que nos garantiza que nuestros descendientes también lo tendrán. A los abejorros también les pasa en su polinización, siempre van a las flores simétricas porque su visión es muy mala y las distinguen mejor. Y es que la simetría, y por ende la geometría, aúna encanto y eficiencia. ¿Hay algo que desee más un arquitecto para diseñar un edificio?

La geometría es a la arquitectura como los números a las matemáticas o los patrones a un vestido. La geometría en la arquitectura está desde sus inicios, desde lo clásico, en el que se tiene un orden arquitectónico que afecta al proyecto de un edificio, dándole sus características y lenguaje determinado, un estilo histórico. Esto comprende un conjunto de elementos previamente definidos que al relacionarse entre sí y de una manera coherente dan armonía, unidad y proporción a un edificio según los preceptos básicos de la belleza. En la arquitectura moderna la geometría también es pieza fundamental para las edificaciones, todas tienen una geometrización de los espacios; hay arquitectos que en sus obras juegan con figuras geométricas. La geometría juega un papel muy importante, es esencial para economizar la edificación con el ahorro de materiales, al tener menos desperdicio y aprovechar mejor cada material. Otro punto a destacar en el encanto de un edificio es su diseño. Y es que amigos, cuanta más proporción, simetría y geometría, más belleza y funcionalidad.

Pero una mañana como aquella, no podía acabar en un lugar cualquiera. Mis pasos me llevaron al rincón de la ciudad que aúna arte y matemáticas de una manera sublime; un lugar donde, hasta la persona con menos interés por dar respuesta a los «para qué sirven», se volvería sensible ante la belleza de todas las formas geométricas que envuelven la yuxtaposición de 6 estilos arquitectónicos: románico, gótico, mudéjar, renacentista, barroco y neoclásico. Sí, es dónde estás pensando: La Catedral de La Seo. Fue ahí donde me vinieron varias reflexiones y recuerdos a la mente. Tras sumergirme en las simetrías, giros y teselaciones de los dibujos de la Catedral recapacité sobre la precisión y rigurosidad de los cálculos matemáticos de nuestros antepasados; desde luego no daban puntada sin hilo.

Y la mañana acaba redonda, literal y metafóricamente, una vez más la conferencia del profesor Luis a mi mente en forma de triángulo: el triángulo de Reuleaux. El triángulo de Reuleaux es una curva de anchura constante basada en un triángulo equilátero. La distancia entre cualquier punto de una de las curvas y el vértice opuesto es la misma. Muchos lápices son fabricados con este perfil, en lugar de los mucho más tradicionales de sección redonda o hexagonal, son más cómodos y producen un agarre adecuado, además de ser menos probable que rueden fuera de las mesas. Una vez más la geometría y su funcionalidad. Las sabrosas pastillas smint también tienen esta forma geométrica.





No sé si fue la armonía de la perfección geométrica, o si fue el recuerdo de lo que tantas veces he visto sin ser consciente —soy turolense y el mudéjar está en mi ADN— pero el pasado domingo disfruté de una de las mañanas más bellas que recuerde y pensé que es un desperdicio que haya personas que se pierdan el placer de disfrutar de algo tan valioso que cuesta tan poco; pensé que merece la pena esforzarse por difundir el mensaje y la labor que está desarrollando Ars Qubica.

Ars Qubica el esqueleto geométrico del arte, es un audiovisual de animación 3D en el que a través de un «cubo mágico» podemos disfrutar de un fascinante viaje que va desde la Alhambra, hasta el cuadrado Malevich pasando por La Seo u otros magníficos lugares y obras de arte. Detrás de este proyecto hay un maravilloso equipo humano al que he tenido la suerte de poder ayudar: Cristóbal Vila, Pedro Miana, Luis Rández, Fernando Corbalán y David Abián. Como a vosotros, nos mueve y nos une una cosa: pasión por las matemáticas.

No sé exactamente la fórmula del éxito de un proyecto pero de lo que sí que estoy segura es que tiene estás variables: calidad, equipo e ilusión. Aunque ahora que lo pienso nos falta una, la más importante: vuestra ayuda. ¡Divulguemos las matemáticas! ¡Difundamos *Ars Qubica*!

¡*Gracias* en nombre de todo el equipo!

MatemaTICinfantil: matemáticas interactivas con la PDI en Educación Infantil

por
Ana Isabel Blasco Nuño y M.ª Pilar Plaza Barea
(CEIP Ricardo Mallén, Calamocha; CEIP Valdespartera, Zaragoza)

MatemaTICinfantil es un material interactivo para PDI que trabaja los contenidos de matemáticas integrados en las áreas curriculares de Ed. Infantil. Está desarrollado por profesorado de etapas distintas (Infantil y Secundaria) y de centros diferentes. La herramienta utilizada es Geogebra. El material está organizado en nueve unidades didácticas (Los museos, La ciudad, Otras culturas, El espacio, Los castillos, Los animales, El huerto, Los viajes, El tiempo y Otras), cada una de las cuales cuenta con su guía para el profesorado, con aspectos curriculares, orientaciones didácticas y una descripción de la experimentación en el aula.

Su formato web no requiere la instalación de herramientas, lo que facilita su uso. Así mismo, se trata de un recurso abierto que se adapta a las necesidades del profesorado.

La URL del material es <https://matematicinfantil.wordpress.com/>

Desarrollo de la actividad

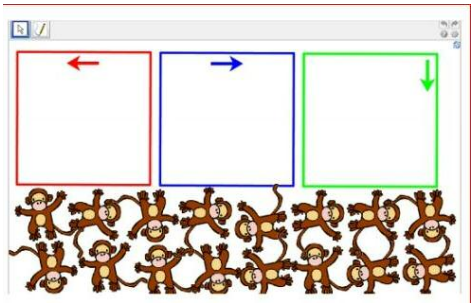
1. Para el desarrollo del taller, empezamos colocando a los alumnos en la asamblea frente a la pizarra digital, para poder presentarnos brevemente.

2. Después pasamos directamente a la realización de distintos tipos de actividades, todas ellas presentes en nuestra página web.

Nuestro taller está enfocado a alumnos desde 1.º de Educación Infantil hasta 2.º de Primaria, realizando actividades diferentes en función de la edad.

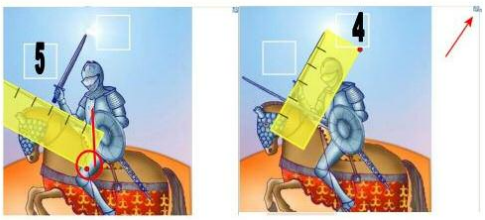
3. Educación Infantil:

Tratamos de trabajar en cada taller aspectos lógico-matemáticos diferentes. Entre otras actividades podemos realizar:



— *Clasificaciones*. En la actividad «Clasifica los monos» (Unidad didáctica Los Animales), tienen que colocar a los monos en el lugar correspondiente en función de su direccionalidad.

— Atendiendo a las *formas geométricas*, y dentro de la misma unidad diáctica, se pueden realizar varios puzles. Por ejemplo en el «Puzzle de elefante» tienen que poner cada figura donde corresponde, además de contabilizar posteriormente el número de rectángulos, rombos, círculos, etc.



— En cuanto a la *medida,* «Mide al caballero», dentro de la u.d. *Los Castillos*, es una actividad en la cual se debe desplazar una regla para medir la espada, la lanza, etc., del caballero, pudiéndolo poner por escrito y comparar qué es más grande, más pequeño…

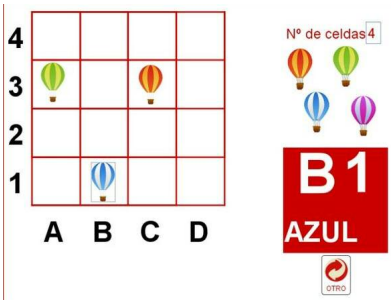
— Para trabajar las *secuencias numéricas,* «El despegue», en la u.d. *El Espacio* es una actividad que emociona a los más pequeños. Deben

ordenar la cuenta regresiva correctamente para que pueda despegar la nave espacial. Podemos ver un vídeo de su utilización en el siguiente enlace:

<https://www.youtube.com/watch?v=WIOOt3CBiwU>.

— En cuanto a *las operaciones,* en «Coloca los pájaros» (u.d. *Los Animales*), se pueden realizar sumas y restas de una manera manipulativa, teniendo que añadir o quitar pájaros del árbol en función de si es una suma o una resta, escribiendo finalmente el resultado. Es una actividad autocorrectiva, en la que, si el resultado es correcto, aparece automáticamente *¡¡BIEN!!* en la pantalla.

— Si queremos trabajar la *orientación,* «Viaje en globo», (u.d. *Los viajes*)es una actividad en la que deben colocar el globo aerostático del color que se indica en la coordenada precisa. Pueden añadirse o quitarse celdas a la cuadrícula para variar su dificultad. Esta actividad además se puede trabajar por equipos: «a ver quién completa una fila o columna entera, quién completa los globos de todos los colores», etc.



— Para el trabajo de la *estructuración temporal,* realizamos «Secuencias temporales», (u.d. *Otras*) en las que deben ordenar secuencias de 3, 4 o 5 imágenes.

— Atendiendo a la realización de *seriaciones:* «Series de coches» (u.d. *La cuidad*) es un buen ejemplo, en el que tienen que realizar una seriación de coches según se indica en el modelo.

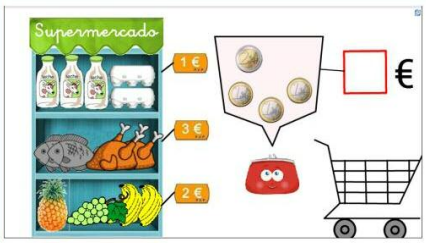
— En cuanto a la *simetría,* «Casa simétrica» (También en *La ciudad*) es una actividad en la que aparece dibujada la mitad de una casa, en la que repasando la misma, aparece automáticamente la otra mitad. Podemos ver un video de su desarrollo en <https://www.youtube.com/watch?v=L8dSqeV6H6E>.
La casa simétrica es una de las actividades que no falta en nuestro taller, ya que tanto en Educación Infantil como en Educación Primaria, a todos los chicos les encanta.

4. Primer ciclo de Primaria:

— Se disponen de varias actividades sobre *estadística*. Entre ellas encontramos «Frutas preferidas», (u.d. *El huerto*), en la cual se introduce el uso de los diagramas de barras. A partir de un sondeo entre los alumnos, se realiza un recuento y se escriben los números. Entonces, aparecen dos gráficas, teniendo que elegir cuál de ellas es correcta.

— Para trabajar *el tiempo,* realizamos la actividad «El reloj» (u.d. *El tiempo*). Hay tres niveles de dificultad. En el primero de ellos solo se trabaja la hora en punto e y media, en el nivel intermedio se introducen los cuartos, y en el nivel de mayor dificultad, cualquier hora del día.
Los alumnos deberán de dibujar en el reloj las manecillas indicando las horas que marca el reloj digital, posteriormente elegirán qué actividad de las que aparecen en los dibujos podría encajar en ese momento del día.

— Mostramos también actividades que implican resolución de problemas como ocurre en «Hacemos la compra» (u.d. *Otras*) donde aparece aleatoriamente un número determinado de monedas y el alumno debe de hacer la compra con ellas. Según las preguntas que le hagamos la dificultad será mayor o menor. Otra actividad similar es «¿A dónde viajamos?» *(*u.d. *Los viajes)* en la que aparece en la pantalla un mapa, un número variable de personas (entre dos y cuatro), tres medios de transporte diferentes y el precio del billete de cada uno y el dinero del que disponemos para poder viajar. Dependiendo de este último dato y teniendo en cuenta que deben de viajar todos los miembros de la familia que aparecen, se deberá decidir si viajan al hotel o a la isla y que medio de transporte van a utilizar averiguando el coste total del viaje. Podrá darse el caso de que no se pueda viajar porque no hay dinero suficiente o en algún caso podremos calcular si nos queda suficiente para la vuelta o para realizar otro viaje.



Nuestra página web sigue creciendo, ya que todos los cursos vamos incorporando nuevas actividades. Si bien empezó con recursos para Educación Infantil hoy en día disponemos de numerosas actividades dirigidas también a los primeros cursos de Primaria.

Semana cultural: Matemáticas

por
Pilar Orte Moncayo
(CEIP Moncayo, Tarazona)

Desde hace algunos años el Colegio Moncayo celebra una semana cultural, cada curso dedicada a distintas temáticas, con exposiciones, talleres y trabajos en todas las aulas y abierta, en lo posible, a las familias. En ediciones anteriores hemos trabajado el cómic, el arte o el agua. Este año hemos querido trabajar las matemáticas con la intención de acercar el área a lo cotidiano y darle un sentido práctico y lúdico que haga perder el miedo a la materia.

Comprometidos con el Programa Conexión Matemática, el profesorado del centro ha realizado un *Seminario* de formación de 20 horas de duración a lo largo del curso. Así mismo decidimos dedicar una hora semanal a un Proyecto de Centro sobre resolución de problemas matemáticos en todas las aulas del centro.

Hemos revisado cuantiosa documentación y materiales prestados por el CIFE, así como otros de la red. Nos han sido de gran utilidad cuadernillos y libros de Luis Pereda, Luis Segarra y materiales de cursos ofrecidos por Carlos Gállego, Albert Rigol, Grupo Xucurruc…, Taller de Problemas del Gobierno de Navarra y materiales del Grupo ABN, entre otros.

Hemos incorporado al día a día fichas de *Problemas de pensar* donde los niños tienen que poner en juego sus conocimientos matemáticos de forma no mecánica y resolverlos de forma cooperativa. Intentamos ligarlos a las necesidades de las aulas, calcular los días del trimestre, los días de vacaciones, hacer nuestras gráficas de peso, talla o caída de dientes, maneras de hacer una receta,… También mediante proyectos: para preparar un disfraz, una merienda, una excursión, una exposición, un plano del colegio, una maqueta… Así manejamos el cálculo al mismo tiempo que las medidas de tiempo, moneda, longitud, peso o estadística…

Otra de las tareas planteadas ha sido elaborar *fichas con textos matemáticos:* facturas, tickets de parking, billetes de autobús, tren, avión, carteles informativos…, para extraer la información que nos dan y aprender a interpretarlos.

Procuramos incluir el manejo cotidiano de *materiales* manipulativos elaborados por nosotros mismos, juegos didácticos y de mesa y otros materiales de uso cotidiano: metros, balanzas, brújulas, pluviómetros, termómetros, mapas, planos…

Durante la Semana Cultural realizamos *talleres internivelares.* Cada profesor y/o especialista preparó un taller por el que pasaban distintos alumnos en las tardes de la semana del 16 al 20 de marzo de 2015. Los talleres se diseñaron en coordinación con la etapa y equipo didáctico: Infantil, Educación Especial, 1.º y 2.º, 3.º y 4.º, y 5.º y 6.º.

Los talleres trataron de concienciar al alumnado de la importancia de las matemáticas en la vida cotidiana de una forma lúdica. Además de los objetivos matemáticos planteados en cada taller perseguimos otros: el fomento de las actitudes de colaboración, ayuda y cooperación, conocer textos instructivos y el cumplimiento de las normas del juego.

Talleres de Educación Infantil

Taller de dominó

Se trabajaron contenidos de numeración, semejanza y lógica. Juego del dominó por equipos. Cada equipo coge 7 fichas. Comienza el equipo que tiene la ficha 6 doble. Jugamos también a hacer laberintos con las fichas de dominó. Usamos fichas gigantes de dominó hechas por los propios niños con material reciclado: cajas de leche, folios y gomets.

Taller de la oca

Juego tradicional de la oca, elaborado en gran tamaño. Contar colecciones, comparar cantidades, agilizar los procedimientos de suma, conocer números ordinales y cardinales. Se utilizaron 2 dados gigantes, un tablero que ocupaba casi toda la clase con casillas marcadas y 1 ficha por cada equipo.

Taller de bingo

La serie numérica del 1 al 20. Cada pareja de niños lleva un cartón con números del 1 al 20 y tacha el número que muestra la maestra. La primera pareja que tacha todos los números canta bingo.

Tres en raya

Favorecer la concentración a través de un juego, conocer horizontal, vertical y diagonal. Se marcan los espacios, es este caso en el suelo con cinta adhesiva.

Supermercado de formas

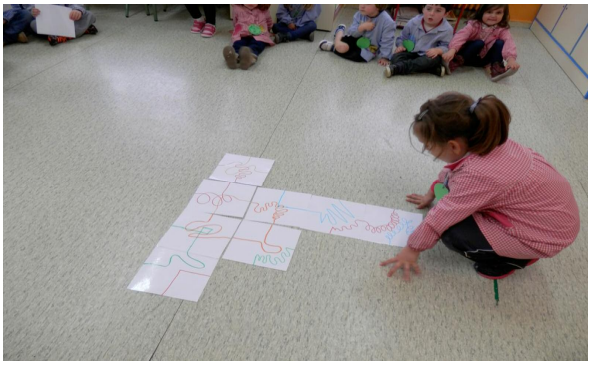
Conocer y nombrar formas (círculo-cuadrado-triángulo) y su color (rojo-amarillo-azul-verde). Combinar con dos cualidades. Conocer y utilizar el concepto de número cardinal. Trabajar la distribución y orientación espacial sobre una cuadrícula de 3×3.

Actividad de motivación: Tenemos un supermercado en el que vendemos formas. Tenemos que comprar en nuestro supermercado todo lo necesario para elaborar una receta un poco especial. La receta es cuadrícula con formas de distintos colores. Unos alumnos son los que elaborarán la receta y otros los tenderos. Tienen que elaborar la lista de la compra. Hacer la compra en el supermercado y solicitar de forma oral lo que necesitan. Los tenderos entregan las formas que les piden atendiendo a la cantidad, forma y color.

Cuando ya hemos hecho la compra elaborar la receta: distribuir las formas en la cuadrícula. Luego intercambian los roles.

Puzzle colectivo

Construir un gran puzzle de caminos tipo tantrix. Cada alumno tiene una ficha y ha de intentar colocarla haciéndola coincidir con las que han puesto sus compañeros según el color y la forma de lo que hay puesto; si no puede colocar guarda turno. Cada vez sale un recorrido diferente.



Juego de las frutas

Se juega en tableros de cuatro jugadores. Cada tablero tiene cuatro árboles frutales distintos, con doce velcros a los que hay que ir colocando las frutas según el número que les salga en el dado en su tirada. Siguen un orden de izquierda a derecha. Gana el que primero que consigue pegar sus frutos en el árbol.

Aula de Educación Especial

Rincón de contar

Numeración y comparación de números. Se trató de hacer colecciones, buscar varios elementos y contar los encontrados. Se usó masa hecha con agua, tinte y harina de maíz, 2 fiambreras grandes, cucharas y pinzas además de objetos variados del aula clasificados por color o forma.

Primero y Segundo de Primaria

Matemática Recreativa

Se realiza un primer juego todos juntos y después se rota en diversas actividades en grupos de 6.

Juego *Olimpiada matemática*. Juego de tarjetas con preguntas que repasan contenidos de primero y segundo curso. Nadie gana nada sólo jugamos por el placer de jugar.

Mosaico colectivo

En primero usamos rombos partidos en 4 triángulos que deben pintar en cuatro colores: blanco, verde claro, verde medio y verde oscuro. Después los recortan y formamos un mosaico encajando las piezas de todos. En segundo hicimos otro mosaico más complejo con círculos, y gamas de colores

Juego de dardos

Con un juego de dardos de pelotas de velcro jugamos en equipos de tres. Anotan en una hoja de registro el valor de sus tiradas. Luego suman sus puntos y finalmente suman los de todo su equipo. El valor de las tiradas puede ser: 1, 2, 3, 4, 5, 8, 10 y 14 por cada una de las tres pelotas lanzadas. Al final ordenamos todos los equipos según los puntos obtenidos.

Los que terminan pueden coger un crucigrama matemático. Son crucigramas de forma irregular no cuadrícula, con uno o dos números de la primera centena y las demás casillas en blanco. Han de colocar en su lugar los números que faltan; anteriores y posteriores; hacia arriba y hacia abajo para contar decenas.

Las horas

Conocer e identificar las partes de un reloj y su lectura. Relojes analógicos y digitales. Creación de un reloj analógico con cartulina y encuadernador. Juego de bingo, se usó una caja con bolas de colores que tenían pegados relojes en distintas horas, tarjetas para jugar, pegatinas para tapar las horas y premios.

Tangram

Análisis de las figuras geométricas: cuadrado, triángulo, romboide. Reproducción y creación de figuras planas de cuerpos geométricos. Descubrimiento de fórmulas a partir de modelos dados. Crear dibujos a partir de cuerpos geométricos sin un modelo dado. Reproducir figuras a partir de un modelo dado. Dibujar figuras previamente creadas con los cuerpos geométricos.

Tienda: Supermercado Moncayo

Manejo y conteo del dinero; euros y céntimos, operaciones de sumar para calcular el total, de restar para devolver y de multiplicación para producto repetido. Comportamiento cívico en las tiendas. Realizar compras con euros. Realizar compras con céntimos. Realización de compras con el precio justo o no justo para devolver. En segundo: compras con euros y céntimos; realización de compras utilizando la multiplicación.

Tercero y Cuarto de Primaria

Juegos de mesa: RUMMY

Aprender y respetar las normas del juego. Favorecer el cálculo mental. Desarrollar la observación para la formación de tríos: colores y escaleras. Normas del juego. Elección de secretario.

Los nutrientes y las Matemáticas

Conocer los nutrientes principales de los distintos grupos de alimentos adecuados para nuestra salud. Aprender cómo esos nutrientes son expresados en gramos a excepción de las vitaminas (microgramos). Conocer la escala de medidas de masa y pasar los gramos de los nutrientes a dg y cg (utilizar la unidad seguida de ceros). Representar las medidas de los nutrientes en gráficos de barras. Iniciación a los números decimales. Búsqueda de datos en una etiqueta de galletas rellenas de chocolate (gramos de cada nutriente por 100 g de galletas).

Papiroflexia

Desarrollar habilidad manual. Desarrollar concepción volumétrica y la coordinación de movimientos. Desarrollar estrategias para enfrentarse a la solución de problemas de lógica y matemática. Hicieron figuras de papel doblado, con figuras geométricas y sin usar tijeras. Después las decoraron.

Cifras y letras

Presentación de un archivo power point con dos propuestas de búsqueda de un número. Para no resultar pesado, cada dos propuestas de números, se intercala una de siete letras desordenadas con el fin de que encuentren esa palabra. Si no es posible pueden aportar una palabra de menos de siete letras y que se pueda formar con las letras propuestas.

Quinto y Sexto de Primaria

Taller de palillos

Construcción de figuras geométricas planas y con volumen usando palillos en el plano, poniendo y quitando palillos y luego dibujando en un folio.

Acertijos matemáticos

Desarrollar la capacidad de pensamiento lógico y de realizar inferencias. Acertijos seleccionados principalmente de la página web: «El huevo de chocolate» <http://www.elhuevodechocolate.com/>. *Acertijos para niños aburridos.* Creamos grupos y cada uno de éstos tenía asignado un matemático famoso. Tenían que leer una pequeña biografía y contarla al resto de la clase.

Gymkana matemática

Se hizo un juego de Talonamiento de una distancia de 50 metros. Recorrer la distancia y contar los pasos dobles para saber cuántos caben en 50 metros. Posteriormente se hizo una gymkana con cinco pruebas relacionadas con el cálculo de perímetros y superficies de figuras dibujadas en el suelo…

Durante esa semana se expusieron los carteles *Las mates de tu vida* del Programa Conexión matemática en el salón de actos. Si bien los carteles eran interesantes resultó una exposición escasa en comparación con las que hemos preparado otros años en el centro. Cada grupo de alumnos tenía una sesión durante esa semana para hacer la visita. Las familias pudieron participar presentando fotografías al concurso de fotografía matemática, también expuestas en el salón.

El programa también facilitó durante esa semana dos talleres que se realizaron uno en primero de Primaria, trabajo con PDI <www.http://catedu.matemaTICinfantil>, y otro en tercero, Mancala *Awalé*. El juego es muy fácil de aprender además de solidario y con muchas posibilidades de estrategia para llenar los graneros. Las maestras que recibieron los talleres los mostraron al resto de profesores interesados.

La valoración de alumnado y profesorado ha sido positiva. Creando contextos que ponen a los chicos en situación de aplicar contenidos para resolver problemas de la vida cotidiana hemos contribuido a desarrollar la competencia matemática de nuestros alumnos.

Director: Ricardo Alonso Liarte (IES Salvador Victoria, Monreal del Campo)

Consejo de Redacción: Alberto Elduque Palomo (Departamento de matemáticas de la Universidad de Zaragoza), M.ª Ángeles Esteban Polo (CEIP Josefa Amar y Borbón, Zaragoza), Mario Escario Gil (IES Pirámide, Huesca).

Entorno Abierto es una publicación digital bimestral que se edita en Zaragoza por la Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas. *Entorno Abierto* no se identifica necesariamente con las opiniones vertidas en las colaboraciones firmadas.

Envío de colaboraciones a <sapmciruelos@gmail.com>

Blog: <http://sapmatematicas.blogspot.com.es/>

Twitter: @SAPMciruelos

Web: <http://sapm.es>

Mayo de 2015
ISSN: 2386-8821e

CC BY NC SA