Entorno Abierto

Boletín digital
de la Sociedad Aragonesa
«Pedro Sánchez Ciruelo»
de Profesores
de Matemáticas

Número 46
Mayo de 2022

Acabamos un intenso mes de mayo y en un par de días entramos en el último mes del curso. El esfuerzo final y llegan las merecidas vacaciones. Para la SAPM también es así..., o casi.

Durante este mes acostumbramos a cerrar varias actividades que organizamos o con las que colaboramos. Por empezar con estas últimas, decir que las semanas matemáticas de Conexión Matemática ya se han celebrado y *solo* queda que los centros saquen sus conclusiones. Dentro del programa también se han entregado los premios del IX Concurso de Radionovelas Matemáticas.

También en mayo hemos celebrado la semana de las matemáticas en la calle en Aragón. Veinte centros de toda la comunidad hemos culminado el trabajo de varios meses teniendo como colofón la jornada en Teruel (vídeo).

Obviamente, este mes es el de la olimpiada con mayúsculas, y este año con más motivos, pues ha sido la primera vez que hemos organizado tres categoría (Primaria, 2.º de ESO y 4.º de ESO) y la final tuvo lugar a la vez en la Facultad de Ciencias el sábado 21. Un importante reto que los diferentes coordinadores, con Maider Goñi a la cabeza, asumieron con ilusión.

Y acabando con lo más próximo, este pasado día 27 se celebró también la final del ya *clásico* torneo de Tangram, esta vez organizado por la SAPM en solitario (en realidad, debería haber dicho por Pedro —y Miguel— Latorre, en solitario). Del torneo y del resto de actividades de la Sociedad esperamos informar más profusamente en un *monográfico* que distribuiremos en julio.

Pero en julio aún nos queda una cita (ineludible): las 20 JAEM, que se celebrarán en Valencia del 3 al 6 de julio. Objetivamente no se puede decir que estás de vacaciones si vas a un congreso sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, pero algunos lo disfrutamos mucho. Hubiera tocado hacerlo en 2021, pero la pandemia *recomendó* dejarlo para este 2022. En La Coruña, en 2017, hubo una importante presencia aragonesa. Esperamos que en esta ocasión la asistencia de aragoneses también sea notable. Algunas personas han presentado comunicaciones (que han sido aceptadas) y, además, entre los ponentes está el perejil de todas las salsas (dicho con cariño) que es Pablo Beltrán. Recordad que el 31 de mayo acaba el plazo para inscribirse con el precio más reducido. Podéis ver toda la información de las JAEM en el siguiente enlace:

https://20.jaem.es/

Daniel Sierra Ruiz
Presidente de la SAPM

Σrio Interactivo

Crónica del seminario de la FESPM Matemáticas inclusivas – Parte II
Clases divulgativas – Parte II
Geometría y arte suprematista en 1.º de ESO
Números para contar
Tomás Ariño y Sancho. En memoria de un matemático de la España vaciada

únete
a la SAPM
click

Crónica del seminario de la FESPM *Matemáticas inclusivas* – Parte II

por
Pablo Beltrán-Pellicer
(Universidad de Zaragoza)

Continuamos la crónica del seminario de la FESPM *Matemáticas inclusivas* que comenzamos en el anterior número de Entorno Abierto. Tocaba hablar de la segunda de las tres conferencias. Estoy seguro de que los múltiples recursos que nos presentó Daniel Ruiz resultarán de interés para los lectores.

Conferencia de Daniel Ruiz Aguilera
¿Qué recursos son adecuados para atender la diversidad?

La ponencia de Daniel Ruiz se centró completamente en el aspecto más matemático. Comenzó citando a Anton Aubanell, para quien un recurso es la suma del material y la actividad correspondiente. Y que la configuración de estos recursos es lo que puede hacer que atendamos a la diversidad. ¿Y qué entendemos por atención a la diversidad? La respuesta es simple: reconocer que todos pueden hacerlo bien en matemáticas, independientemente de sus logros anteriores, y cometer errores. Luchar y perseverar es muy importante para todos. Siguiendo a Boaler (2019), es fundamental la creencia de que las matemáticas son un tema abierto y en crecimiento (en oposición a un tema cerrado y fijo); y que comunicar, razonar y justificar ideas son actos centrales en el trabajo de las matemáticas. Es decir, lo que está en juego no es solo la concepción de equidad o atención a la diversidad, sino las creencias hacia las matemáticas en sí mismas.

Después de esta pequeña introducción, Daniel Ruiz fue directamente a describir las actividades de suelo bajo y techo alto (LTHC). Se trata de una expresión muy empleada por NRICH, quienes se inspiraron para ello en el principio del diseño del lenguaje de programación LOGO de Seymour Papert. Estas actividades persiguen que todo el alumnado:

— Puede (debe) empezar. El *suelo bajo* es un umbral que debe ser matemáticamente accesible para todos. Es decir, todos deben tener los conocimientos matemáticos previos necesarios para comenzar a trabajar en el problema. El umbral variará con la propuesta y los alumnos a la que va dirigida. De hecho, en la web de NRICH veremos ejemplos que tienen un amplio rango de edades.
— Pueden (deben) atascarse. El *techo alto* no tiene en cuenta solo el contenido matemático. Es posible que algunos problemas requieran una comprensión muy básica del contenido matemático para resolver y, sin embargo, sigan siendo extremadamente desafiantes.

Más adelante, Daniel Ruiz profundizaría en esos *debe* entre paréntesis. Tal y como se sintetiza en NRICH, una *actividad LTHC* es aquella en la que todos los alumnos pueden empezar y donde todos pueden llegar a atascarse. Pero, antes de ello, conviene observar que, si el alumnado tiene dificultades para saber por dónde empezar, hay un nivel alto de exigencia inicial que hace que la tarea no pueda ser considerada LTHC. Lo cual no quiere decir que la tarea no sea rica o no tenga valor. De hecho, los retos forman parte de la actividad matemática.

Algunos estudiantes, al comienzo de la universidad, mencionan que las matemáticas les habían resultado muy fáciles hasta ese momento y sufren un choque cultural. Para desarrollar una actitud resiliente, propia de la actividad matemática, es necesario aprender a reconocer estar atascado y elaborar estrategias que permitan salir de ahí. Por esta razón, entre otras, es deseable que todo el alumnado experimente dificultades matemáticas y que el estado

de bloqueo sea asumido como una parte importante e indisoluble del proceso de resolución de problemas. El diseño de una tarea de suelo (o umbral) bajo y techo alto ofrece muchas oportunidades de profundización o extensión, de manera que siempre hay problemas que suponen un reto, un desafío. De esta manera, todos se involucran y todos llegan a un punto (que puede ser diferente para cada uno) en el que se atascan y no saben qué hacer exactamente. Y la actividad es la misma para todos.

Son tareas centradas en lo que pueden hacer los estudiantes, más que preocuparse en lo que no saben hacer. Que la actividad sea la misma para todo el alumnado, hace que nadie se sienta limitado. Y son tareas que atienden a la dimensión afectiva de las matemáticas (emociones, actitudes y creencias). Esto es algo que, en ocasiones, se pasa por alto, siendo que hay un cuerpo ingente de investigación sobre dominio afectivo en matemáticas. Daniel Ruiz nos enseñó la adaptación que hace en el grado de Magisterio y en el Máster de Profesorado de ESO de una actividad de del Moral (2014) titulada *¿Cómo te sientes cuando haces matemáticas?*, para mostrar las diferencias afectivas entre estudiantes y entre estudiantes de ambas titulaciones.

La dinámica es muy sencilla, según la presentó el ponente, y se puede realizar en cualquier nivel educativo. Se trata de responder a la pregunta «¿cómo te sientes cuando haces matemáticas?» eligiendo uno de los siguientes adjetivos, o su contrario: precisa, creativa, ordenada, comunicativa, intuitiva, optimista, persistente, meticulosa, influenciable, cómoda, inteligente, metódica, calculadora, segura, confiada, crítica, paciente, reflexiva. Conforme los participantes dicen sus adjetivos, se van colocando *post-its* a modo de gráfico estadístico (figura 1).

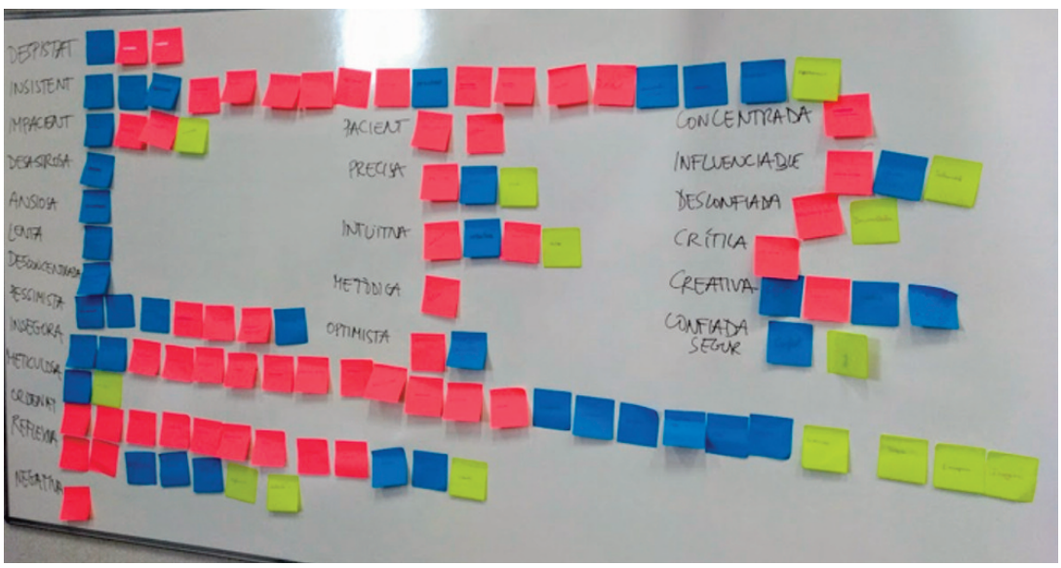


Figura 1: Aspecto de la pizarra con los adjetivos elegidos por los participantes. Fuente: presentación de D. Ruiz

Daniel Ruiz señaló que cuando hizo esta dinámica en Magisterio de Educación Primaria (4.º curso), se contabilizaron 54 adjetivos que podían considerarse positivos y 43 negativos; mientras que en el Máster de Profesorado fueron 27 positivos y 3 negativos. Es algo que invita a reflexionar sobre las creencias hacia las matemáticas en ambas poblaciones.

¿Y cómo hacemos para diseñar actividades competenciales? Esta pregunta da paso a la siguiente parte de la presentación de Daniel Ruiz y, además, fue uno de los aspectos más comentados en las reuniones de los grupos de trabajo. Nos remite, por ejemplo, al artículo de Torra (2014), donde se exponen una serie de indicadores competenciales, a modo de instrumento para la mejora del desarrollo de la competencia matemática (ver bibliografía al final). En cuanto a los recursos, situaciones y materiales, señaló que un buen punto de partida es la pirámide de la educación matemática (figura 2), propuesta por Alsina (2010). Los cimientos, la base fundamental sobre la que se construye el significado deben ser las situaciones cotidianas, la matematización del entorno o las vivencias con el propio cuerpo.

Figura 2. Pirámide de la educación matemática (Alsina, 2010)

A continuación, el ponente mostró un ejemplo de NRICH, *Neighbourly Addition*, que podríamos traducir por algo así como *Suma en el vecindario*. Es una idea aparentemente muy sencilla, pero con gran potencia didáctica:

Mientras caminaba por la calle esta mañana, ¡observé que todos los números de las casas de mis vecinos eran impares! Al pasar por tres de ellos, los sumé:

$$7 + 9 + 11 = 27.$$

Más adelante, vi algunos números más grandes y también los sumé:

$$15 + 17 + 19 = 51.$$

¿Puedes encontrar otros resultados que podríamos obtener sumando los números de las casas de tres números (impares) vecinos? Una vez que hayas encontrado algunos totales, aquí hay algunas preguntas que le gustaría explorar:

— ¿Hay algo especial en todos los resultados que se obtienen?
— ¿Existe una forma rápida de calcular el total?
— ¿Puedes predecir lo que sucedería si caminara por el otro lado de la calle (donde todas las casas tienen números pares)?
— ¿Existe algún patrón si sumo cuatro números de portal en lugar de solo tres?
— ¿O cinco números?
— O...

¿Puedes explicar y justificar los patrones que has observado?

Como vemos, la actividad tiene un punto de entrada muy asequible. Todo el alumnado sabe hacer sumas de tres números. Sin embargo, la actividad casi no tiene techo y, muestra de ello, es que en NRICH está etiquetada para alumnado de entre 7 y 14 años. Invitamos a los lectores a ir a la *web* de NRICH para ver respuestas dadas por diversos estudiantes.

Otro ejemplo: uso de la calculadora para aprender sobre logaritmos. La actividad, pensada para la primera clase de logaritmos es «¿qué hace está tecla?» (idea de Serapio García). Con las preguntas «¿qué observas?», «¿qué te preguntas?», se ponen en juego diversas propiedades de los logaritmos. Así, cuando un alumno dice «Cuando se pone un número negativo, sale error» esto quiere decir que el logaritmo de un número no está definido para números menores que cero.

Más ejemplos: los WODB (*Which One Doesn't Belong*), de los que hay muchísimos ejemplos ya preparados en la *web* y que dan lugar a charlas de aula muy ricas en las que todo el alumnado puede decir algo. Y puede llegar a profundizarse mucho. En la figura 3 se muestran los tres WODB de la presentación de Daniel Ruiz. Son muy populares y no se detuvo mucho en explicar la dinámica. Se trata del típico juego de encontrar al intruso, con la salvedad de que siempre se puede encontrar una razón, al menos, para cada uno de los elementos.

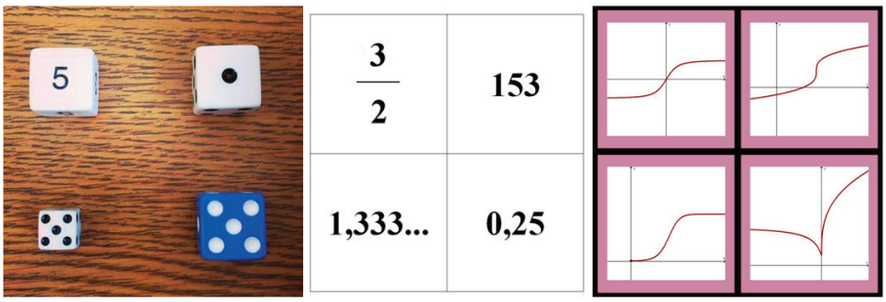
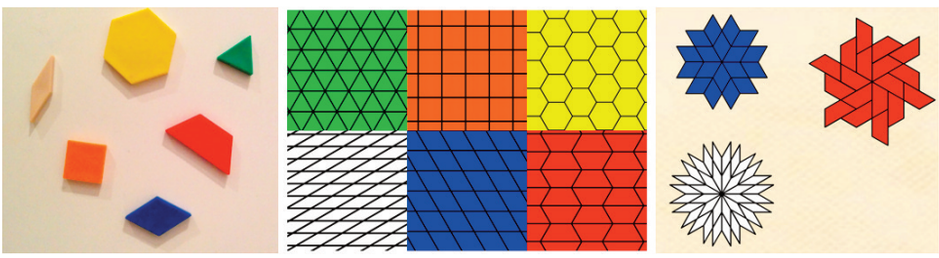


Figura 3. Tres ejemplos de WODB

Otro ejemplo:

Vamos a embaldosar
Usando la misma figura de manera repetida, ¿cuáles de las formas de la figura siguiente te permitirían embaldosar el suelo de una sala infinita?, ¿cómo lo harías?



Y, en una segunda fase de la actividad, ¿si pudiéramos usar dos piezas?

Otro ejemplo más sobre simetrías, con el que además ilustró el uso del visor de documentos en directo. La simetría es uno de los conceptos más sorprendentes y complejos en matemáticas, muy subestimado en etapas iniciales, con actividades que resultan triviales, cuando realmente se podrían proponer verdaderos retos, muy adecuados para reflexionar sobre este contenido. Eso sí, la dificultad intrínseca del contenido en cuestión se debe tener en cuenta a la hora de diseñar actividades con suelo bajo y techo alto. ¿Por qué resulta difícil la simetría? Daniel Ruiz cita a M. A. Canals (cuya reciente pérdida lamentamos desde aquí):

> La simetría es la única transformación métrica que no podemos experimentar con el cuerpo: todo el día hacemos translaciones y rotaciones, pero nuestro cuerpo no puede convertirse en su simétrico.

La clave está en emplear materiales y recursos adaptados a esta dificultad, facilitadores, al fin y al cabo. Se puede empezar buscando simetrías en la naturaleza, en la arquitectura, con el propio cuerpo…, pero donde damos un salto esencial es con el espejo (figura 4).

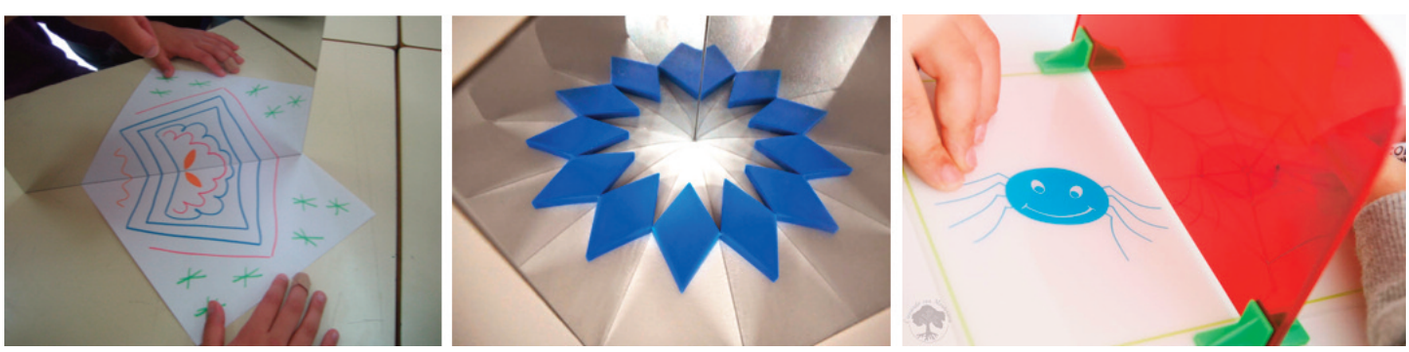


Figura 4. Uso de espejos

Algunas actividades que se pueden realizar con espejos (además de las que se pueden realizar con papel o GeoGebra):

— Buscar el ángulo de apertura para encontrar cierta figura (figura 4, centro).
— Conseguir realizar algún patrón específico con *pattern blocks* y la ayuda del espejo.
— Empleando una lámina de metacrilato, conseguir dibujar la figura en cuestión, que es simétrica (figura 4, derecha).

El último bloque de la presentación de Daniel Ruiz estuvo dedicado a la gestión en el aula de la resolución de problemas. No se trata de hacer muchos problemas en el menor tiempo posible, sino en sacarles partido, compartir estrategias, verbalizar, etc. El ejemplo en cuestión fue el siguiente, planteado en una clase de 2.º de Educación Primaria del CEIP Bartomeu Ordines:

Fuimos a visitar el Museo de Arte en Palma.
Si cada niño y cada niña pagó 2 € para comprar el billete de tren, ¿cuántos euros pagamos en total?

Algunos alumnos realizan esto representando los 21 alumnos y las dos monedas de euro de cada uno, para luego, seguramente contar (figura 5, izquierda). Otros hacen algo parecido, pero se ven en la necesidad de poner los nombres individuales de cada alumno, otros directamente escriben que lo que tienen que hacer es contar de dos en dos (figura 5, derecha), otros lo relacionan con la tabla de multiplicar, que van construyendo y extendiendo hasta el 21, etc.

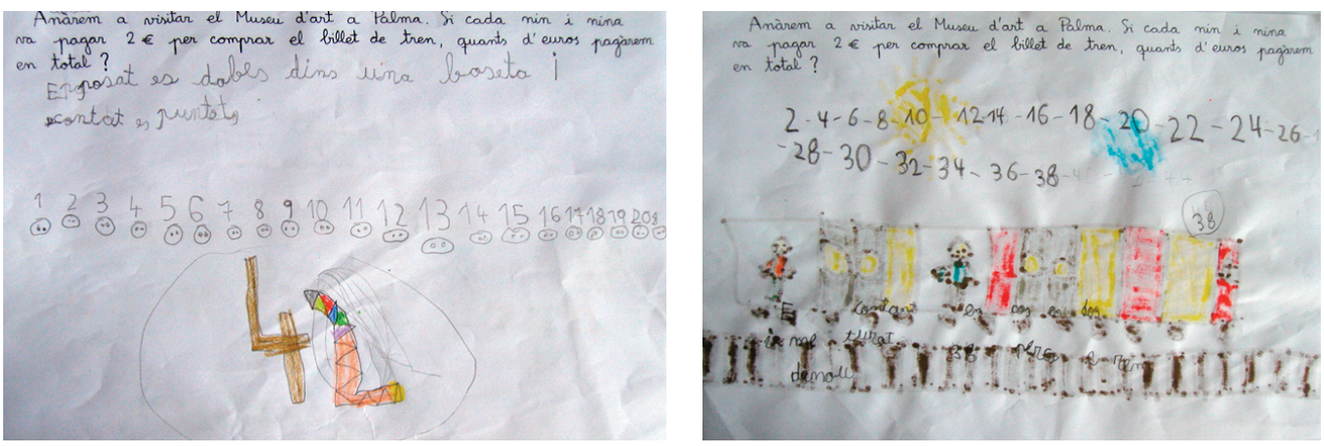


Figura 5. Dos soluciones del problema

Conclusión (parcial)

En la próxima entrega, que ya será la última, compartiremos la esencia de la conferencia *¿Cuándo podemos afirmar que una práctica es inclusiva?*, de Begoña de la Iglesia Mayol y aportaremos algunas reflexiones sobre la inclusión en matemáticas, así como la potencial relevancia del Diseño Universal de Aprendizaje (DUA).

Referencias bibliográficas

ALSINA, À. (2010), «La pirámide de la educación matemática. Una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática», *Aula de Innovación Educativa*, 189, 12-16, <https://dugi-doc.udg.edu//bitstream/handle/10256/9481/PiramideEducacion.pdf>.

BOALER, J. (2019), *Limitless mind: Learn, lead, and live without barriers*, Harper Collins.

DEL MORAL, S. (2014), «Hola, com ets?», *ARC, CESIRE*, Generalitat de Catalunya, <http://www.sergidelmoral.net/2014/01/23/act-hola-com-ets/>.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS, (2014), *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*, NCTM, Reston, VA.

NRICH (2013), *Low Threshold High Ceiling - an Introduction*, <https://nrich.maths.org/10345>.

Clases divulgativas – Parte II

por
M.ª Pilar Albert García
(IES Tiempos Modernos, Zaragoza)

En el anterior número de este boletín digital escribí un breve artículo en el que hablaba de dos clases divulgativas que había realizado con mis dos grupos de 1.º ESO durante la primera evaluación: *El joven Gauss sorprende a su maestro*, enmarcada dentro del tema de los números naturales y enteros, y *¿Puede doblarse un folio por la mitad más de siete veces?*, enmarcada dentro del tema de las potencias y raíces.

En esta segunda parte pondré como ejemplo dos clases divulgativas más, realizadas en la segunda evaluación, ambas encuadradas dentro del tema de la divisibilidad y los números primos. Como en el caso de las anteriores, cada una de estas clases ocupó una sesión y, después de las mismas, añadí en la prueba escrita del alumnado preguntas que hacían referencia a ellas y que les sumaban una pequeña puntuación adicional en caso de ser respondidas de forma correcta.

Clase divulgativa 3: *La criba de Eratóstenes*

En la tercera clase divulgativa hablamos un poco de Eratóstenes. Quién era (famoso matemático, astrónomo y geógrafo griego), cuándo vivió (200 a.C.), etc. Les comenté que se debían acordar de él porque lo nombraríamos más adelante, ya que haríamos una nueva clase divulgativa sobre este personaje, cuando viésemos los temas de geometría. Eratóstenes es conocido por ser la primera persona en calcular la medida de la circunferencia de la Tierra, y eso lo trataremos, como digo, con posterioridad.

Les entregué una hoja en la que aparecen los números desde el 1 hasta el 100 ordenados de 10 en 10 y utilizamos la sesión entera para realizar la criba de Eratóstenes. Recordamos primero varios aspectos: la definición de número primo, el hecho de que el número 1 no es ni primo ni compuesto, la definición de múltiplo de un número, etc. Buscamos también la definición de «criba» (casi nadie sabía lo que es), y luego comenzamos tachando los múltiplos de 2, los de 3, etc. Por cierto, definición de criba que aparece en el dicccionario de la RAE es «selección rigurosa».

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Figura 1. Plantilla con los números del 1 al 100

Finalizada la criba, remarcamos bien los números que habían quedado sin tachar, y ya sabíamos que estos han de ser los primeros números primos. Este cuadro lo pegaron en su cuaderno ya que les será de gran utilidad pues en días posteriores echarán mano de él para averiguar si un cierto número (menor que 100) es primo o no, y también para contestar cuestiones tales como «averigua cuáles son los múltiplos de 2 y de 3 a la vez», etc.

Como nota comentar que suelo hablar de la criba de Eratóstenes siempre que introduzco el tema de los números primos en 1.º ESO, pero es la primera vez que invierto una sesión entera para dicha finalidad. Creo que a partir de ahora lo seguiré haciendo así, pues es interesante ver cómo el alumnado poco a poco va encontrando los números primos y descubre el sentido a la «receta» del «2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19…».

Clase divulgativa 4: *Números primos y seguridad en internet*

Esta clase divulgativa comienza con una presentación mediante la que pretendo hacerles entender la importancia de codificar un mensaje para evitar que sea interceptado por personas no autorizadas. La primera diapositiva de dicha presentación es una imagen en la que se ven algunos de los principales elementos de la comunicación (emisor–mensaje–receptor), a los que en seguida nos damos cuenta de que hay que añadirle un par de conceptos más, la «codificación» y la «descodificación», para que esta comunicación sea segura en el caso de que estemos realizándola a través de internet.

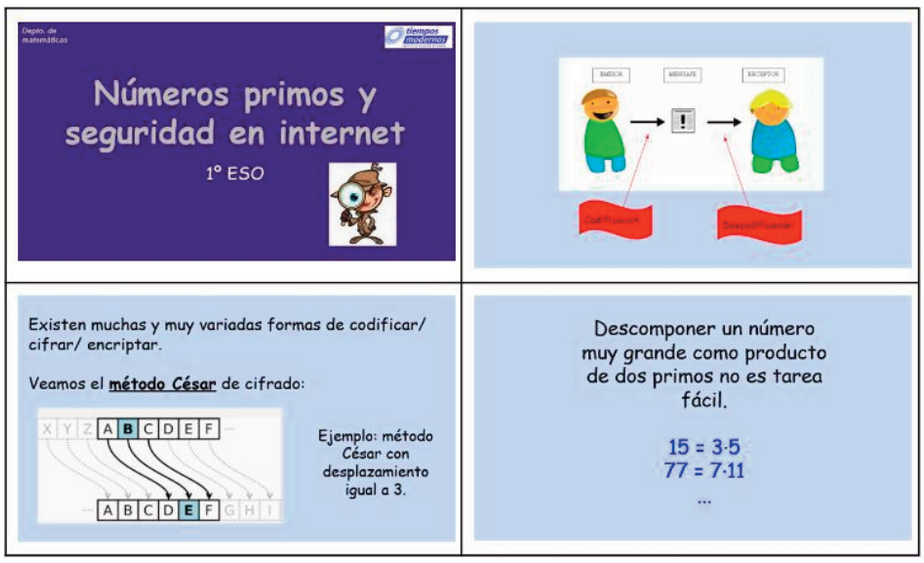


Figura 2. Portada y algunas diapositivas de la presentación *Números primos y seguridad en internet*

Para entender mejor en qué consiste esto de la codificación y la descodificación, les hablé del método César de cifrado, que les resulta muy fácil de entender y rápido de aplicar. Recuerdo aquí que este método simplemente consiste en sustituir cada letra de un determinado mensaje que se quiera enviar por la letra que le corresponde «tres lugares más hacia adelante» en el alfabeto. Así es como se comunicaba Julio César con sus militares cuando quería que sus mensajes no pudieran ser interceptados por el enemigo. Para descodificar un mensaje simplemente hay que hacer lo contrario: sustituir la letra del mensaje recibido por la que le corresponde «tres lugares más hacia atrás» en el alfabeto, y listo. Esto se conoce como usar desplazamiento igual a 3.

Les comenté a los alumnos/as que para el desplazamiento han de elegir un número mayor que uno (no necesariamente ha de ser tres) y por ejemplo menor que ocho (esto último para que no estén contando muchos lugares en el alfabeto y se puedan confundir), y les pedí que enviasen un mensaje a un compañero/a de clase para que lo descifre. Lo verdaderamente importante aquí es que tanto emisor como receptor son ambos conocedores del número que se va a utilizar para hacer el desplazamiento en el alfabeto (tres, o el que sea): el emisor para poder codificar correctamente su mensaje, y el receptor para poder descodificarlo sin problema. Y la verdad es que están bastante entretenidos/as haciendo esta labor.

Después de unos cuantos minutos haciendo esto, y cuando ya parece que hemos terminado, les pregunto: «¿pero qué relación tiene todo esto que estamos haciendo con los números primos?». Porque claro, no se ve la relación del cifrado César con el título de la sesión, que relaciona los números primos y la seguridad en internet.

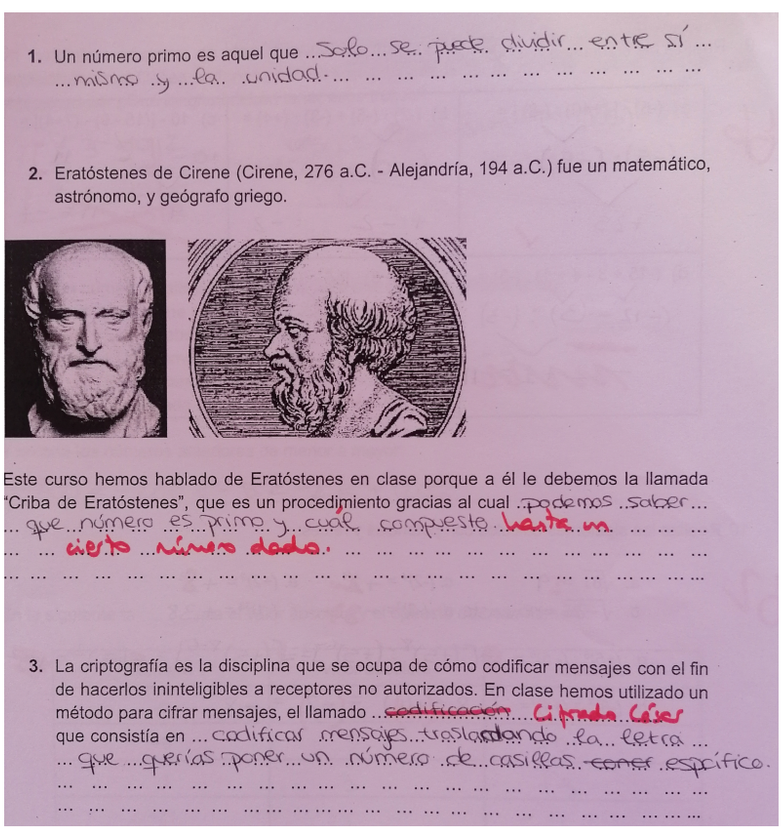
Aquí es cuando les expliqué que en internet, claro, las cosas no son tan sencillas. En primer lugar, con el cifrado César estamos utilizando un tipo de cifrado que es *simétrico*, en el sentido de que, como comentaba anteriormente, tanto el emisor como el receptor usan el mismo número como desplazamiento para codificar o descodificar mensajes. En internet el cifrado es *asimétrico*. La forma de codificar sería más bien, y simplificando mucho, algo así: podríamos decir que cada receptor puede decidir el desplazamiento con el que quiere que le sean codificados los mensajes que se le envíen, por ejemplo, desplazamiento igual a 15. Y esta información la conoce todo el mundo (es la *clave pública* del receptor). Pero dicho receptor o receptora, en realidad usará para descodificar los mensajes desplazamiento igual a 3, y eso, solo lo sabe él o ella (es su *clave privada*).

Más ejemplos serían:

clave pública para codificar 6 $\longrightarrow$ clave privada para descodificar 2
clave pública para codificar 21 $\longrightarrow$ clave privada para descodificar 3
clave pública para codificar 77 $\longrightarrow$ clave privada para descodificar 7
…

Es decir, conocida la clave pública, que es producto de dos números primos, la clave privada podría ser, por ejemplo, el divisor primo más pequeño. Pero eso solo lo sabría el receptor/a.

Claro, la clave privada es fácil de averiguar cuando tratamos con productos de dos primos pequeños ($2 \cdot 3$, $3 \cdot 7$, $7 \cdot 11$, …) pero en realidad en internet se usan números muy grandes para elegir estas claves (por muy grandes nos referimos a que cada primo que se multiplica puede tener 700 dígitos). Y gracias a esto el envío de mensajes y las transacciones que realizamos en internet son seguras: porque factorizar un número tan enorme es imposible. Y podríamos continuar hablando sobre eso y profundizar: si la clase da para más, se puede aquí continuar comentando los problemas del milenio, los que tienen que ver con los números primos, etc. Pero en una sesión, no suele dar mucho tiempo para llegar hasta aquí.



1. Un número primo es aquel que Solo se puede dividir entre sí mismo y la unidad.

2. Eratóstenes de Cirene (Cirene, 276 a.C. - Alejandría, 194 a.C.) fue un matemático, astrónomo, y geógrafo griego.

Este curso hemos hablado de Eratóstenes en clase porque a él le debemos la llamada "Criba de Eratóstenes", que es un procedimiento gracias al cual podemos saber que número es primo y cuál compuesto hasta un cierto número dado.

3. La criptografía es la disciplina que se ocupa de cómo codificar mensajes con el fin de hacerlos ininteligibles a receptores no autorizados. En clase hemos utilizado un método para cifrar mensajes, el llamado ~~codificación~~ Cifrado César que consistía en codificar mensajes trasladando la letra que querías poner un número de casillas ~~coner~~ específico.

Figura 3. Preguntas adicionales en prueba escrita de 1.º de ESO

Como en otras ocasiones, días después en la prueba escrita sobre el tema de divisibilidad y números primos, añado unas preguntas opcionales sobre estas clases divulgativas que suman 0,3 puntos a la nota obtenida en dicha prueba.

Como comentario final debo decir que esta clase divulgativa me dio muy buen resultado con el alumnado de mis dos grupos de 1.º de ESO, por lo que decidí ofertarla como taller para el programa de Conexión Matemática, de modo que otros institutos pudieran trabajar este tema tal y como lo había hecho yo en mis clases. Fueron dos los institutos que solicitaron el taller, el IES Pilar Lorengar de Zaragoza y el IES Benjamín Jarnés de Fuentes de Ebro (en el segundo caso, el taller estuvo enmarcado dentro de su semana matemática, que culminó el sábado con

Figura 4. Momento de la sesión con los alumnos/as de 2.º de ESO del IES Benjamín Jarnés

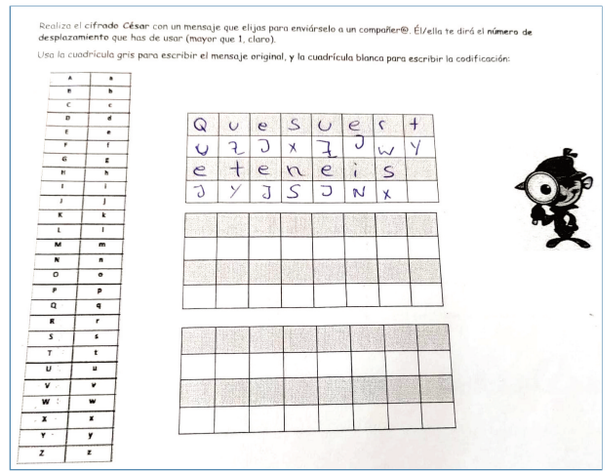


Figura 5. Codificación mediante el cifrado César de un mensaje de uno de los alumnos/as

el ya conocido *Concurso matemático Carlos Pina* de Fuentes de Ebro). Desde aquí deseo aprovechar para dar las gracias a ambos centros por el maravilloso trato que en ambos me ofrecieron y también a su alumnado, por lo bien que se comportaron.

Una última observación. Al igual de lo que ya comenté en la parte I de este artículo, creo que las clases divulgativas hay que realizarlas un día que estén en clase todos los alumnos/as si es posible. Si no lo es, entonces las preguntas opcionales de las pruebas escritas no pueden proponerse ya que los alumnos/as que no estaban presentes ese día, estarían obviamente en desventaja.

Me gustaría indicar que la lista de recursos bibliográficos, que sigue a continuación, contiene algunos de los materiales que he utilizado para preparar estas sesiones. Entre ellos destacaría un recurso de Geogebra que permite comenzar a realizar de forma interactiva la criba de Eratóstenes, y una sección de la web CREA de la Consejería de Educación de la Junta de Extremadura en la que explica de forma resumida cómo es el funcionamiento del algoritmo de encriptación RSA y además proporciona un *applet* de generación de claves públicas y privadas muy entretenido de utilizar. Esto último, por ser de mayor complejidad que lo que yo les quería explicar a los alumnos/as, no lo usé en estas sesiones, pero lo utilicé para documentarme y lo anoté como referencia para alguna clase posterior. Como me parece muy interesante, lo pongo aquí también.

Referencias bibliográficas

Álvarez, J. L., «Criba de Eratóstenes», *Proyecto Gauss, Materiales didácticos* <http://geogebra.es/gauss/materiales_didacticos/primaria/actividades/aritmetica/naturales_y_enteros/criba_de_eratostenes/actividad.html>, recuperado el 24 de mayo de 2022.

«Cifrado César», *Wikipedia*, <https://es.wikipedia.org/wiki/Cifrado_C%C3%A9sar>, recuperado el 24 de mayo de 2022.

Colera, J., I. Gaztelu y R. Colera (2016), *Matemáticas 1.º ESO*, Ed. Anaya.

Geometría y arte suprematista en 1.º de ESO

por

Bárbara de Regil Heres y Elena López Miranda

(IES Pirineos, Jaca)

La finalidad de esta propuesta es trabajar el bloque de geometría en 1.º de ESO a lo largo de todo el curso y culminar con la creación de una obra de arte de estilo suprematista. La idea es dedicar una hora semanal a este bloque de contenidos desde el principio de curso para que el alumnado tenga los conocimientos necesarios para crear un cuadro suprematista y calcular el área de cartulina empleada para hacer dicho cuadro. Aunque está pensada para 1.º de ESO, con las adaptaciones necesarias, también es una buena manera de repasar los conceptos de geometría plana en 2.º de ESO antes de empezar con la geometría en el espacio.

Contexto

Este proyecto surgió en el curso 2015-16 cuando asignaron una hora de apoyo a la semana en Matemáticas de 1.º de ESO a un compañero del departamento de Plástica y con la intención de rentabilizar al máximo dicho apoyo y de mostrar a los alumnos la interdisciplinariedad del bloque de geometría además de la presencia de las matemáticas en el arte.

Durante el curso 2018-19 se hizo con 2.º de ESO solo la etapa de creación del cuadro y cálculo de áreas para repasar los conceptos trabajados el curso anterior.

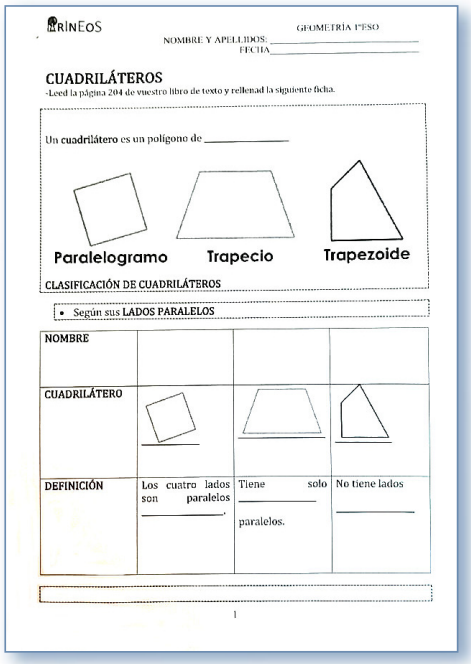
En este curso escolar, los grupos de 1.º de ESO eran muy numerosos en Matemáticas por lo que teníamos horas de apoyo por parte de los PT del centro y del profesorado de matemáticas. Con grupos numerosos, dos profesoras en el aula y clase los viernes a 5.ª y 6.ª hora, nos pareció un buen momento para volver a realizar el proyecto.

Fases

El proyecto se divide en cuatro fases, de duración desigual.

Trabajo de conceptos básicos de geometría plana

La idea es que el desarrollo de estas sesiones sea en grupos heterogéneos de 4 o 5 estudiantes que de manera autónoma deben ir completando, con su libro de texto y lo que recuerdan de primaria, unas fichas resumen en las que aparecen los conceptos básicos de geometría plana. Se intercala la teoría con algunos ejercicios del libro y otros que aparecen en dichas fichas. En todas las pruebas escritas realizadas durante el curso aparecen preguntas alusivas a las fichas trabajadas.


RINEOS GEOMETRÍA 1ºESO
NOMBRE Y APELLIDOS: _____
FECHA _____

CUADRILÁTEROS
-Leed la página 204 de vuestro libro de texto y rellenad la siguiente ficha.

Un cuadrilátero es un polígono de _____

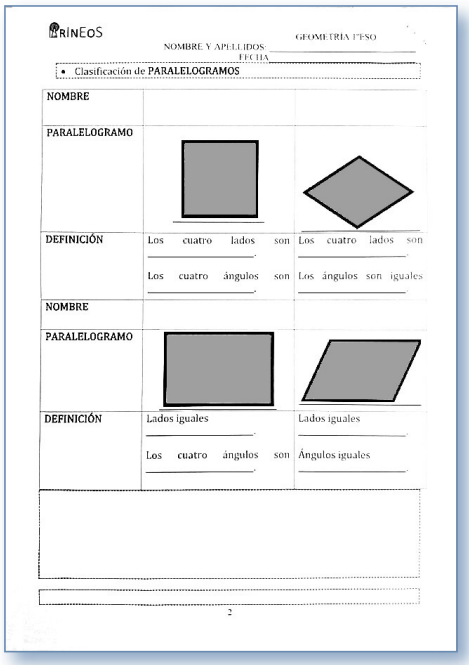
Paralelogramo Trapecio Trapezoide

CLASIFICACIÓN DE CUADRILÁTEROS

- Según sus LADOS PARALELOS

NOMBRE			
CUADRILÁTERO			
DEFINICIÓN	Los cuatro lados son paralelos	Tiene solo _____ paralelos.	No tiene lados _____

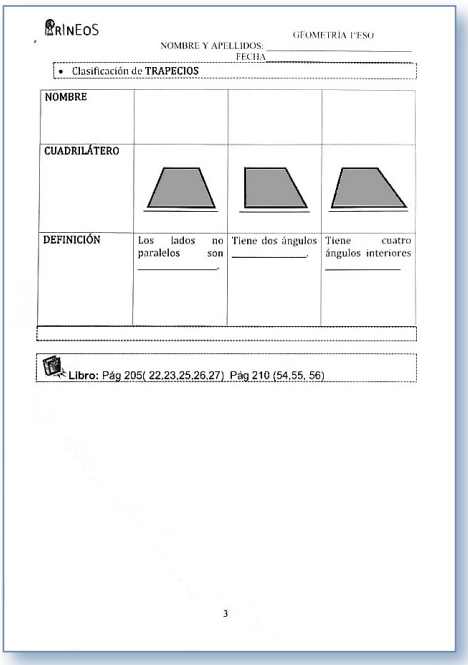
1


RINEOS GEOMETRÍA 1ºESO
NOMBRE Y APELLIDOS: _____
FECHA _____

- Clasificación de PARALELOGRAMOS

NOMBRE		
PARALELOGRAMO		
DEFINICIÓN	Los cuatro lados son _____. Los cuatro ángulos son _____.	Los cuatro lados son _____. Los ángulos son iguales _____
NOMBRE		
PARALELOGRAMO		
DEFINICIÓN	Lados iguales _____. Los cuatro ángulos son _____.	Lados iguales _____. Ángulos iguales _____.

2


RINEOS GEOMETRÍA 1ºESO
NOMBRE Y APELLIDOS: _____
FECHA _____

- Clasificación de TRAPECIOS

NOMBRE			
CUADRILÁTERO			
DEFINICIÓN	Los lados no paralelos son _____.	Tiene dos ángulos _____.	Tiene cuatro ángulos interiores _____

Libro: Pág 205(22,23,25,26,27) Pág 210 (54,55, 56)

3

El objetivo principal de esta primera fase es trabajar todos los conceptos básicos relativos al bloque de geometría de 1.º de ESO y «acostumbrar» al alumnado a trabajar en grupo, instarles a que asuman roles (pueden venir impuestos por parte del profesorado o pueden ser los estudiantes quiénes los asuman espontáneamente), que entiendan que el éxito individual no supone el éxito del grupo, que deben asegurarse de que todo el grupo ha entendido y terminado las tareas… Pueden usarse algunas de las técnicas habituales del trabajo cooperativo o dejar que el alumnado se organice libremente. Además, el hecho de trabajar este bloque durante todo el curso, pretende que el alumnado no lo perciba como algo aislado que tradicionalmente se ve a final de curso cuando ya están cansados y algo desmotivados.

El primer *handicap* de este curso ha sido que, debido a las recomendaciones sanitarias relativas a la pandemia, el alumnado ha tenido que trabajar de manera individual durante toda esta fase, lo que ha hecho que no se puedan alcanzar los objetivos relativos al trabajo grupal y que las primeras sesiones en grupo fueran bastante complicadas. Además, durante las experiencias anteriores, trabajábamos durante todo el curso en grupos interactivos y/o cooperativos al menos una sesión cada tres semanas o un mes, hecho que hacía que los estudiantes estuvieran muy habituados a esta manera de trabajar y funcionaran muy bien.

Introducción del concepto de suprematismo

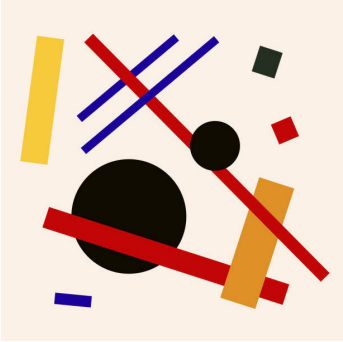
El suprematismo fue un movimiento artístico enfocado en formas geométricas fundamentales (en particular, el cuadrado y el círculo), que se formó en Rusia en 1915-16. Se inició con las ideas del pintor Kazimir Malévich,

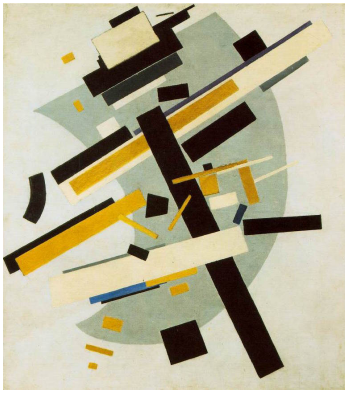
quien promovía la abstracción geométrica y el arte abstracto para la representación del universo sin objetos. El suprematismo rechazaba el arte convencional buscando la sensibilidad a través de la abstracción geométrica. Se desarrolló entre los años 1913 y 1923, siendo su primera manifestación la pintura de Malévich *Cuadrado negro sobre fondo blanco* de 1915.

Los suprematistas no seguían los estilos tradicionales de la pintura, y no transmitían mensajes sociales. Las obras suprematistas fueron aumentando su colorido y composición con el paso del tiempo.

La asociación de artistas de la Rusia revolucionaria (creada en 1922) determinó que, al haber tanto analfabetismo, había que volver al realismo. Para 1925 el suprematismo estaba casi desaparecido. Sus representantes más destacados son Malévich y Kandinsky.

Durante esta fase es importante mostrar distintas obras de este movimiento artístico y trabajar el concepto de arte abstracto, pues la tendencia natural del alumnado en la siguiente fase es crear obras de arte figurativo con las figuras realizadas (caras, casas, paisajes…)





Elaboración de un cuadro de tipo suprematista y cálculo de las áreas de las figuras que aparecen en el mismo

Materiales necesarios

— Una carpeta por grupo (folio de color tamaño DINA3)
— Fotocopias para cada estudiante donde calcular las áreas de cada figura geométrica
— Calculadora
— Cartulinas de colores (hemos utilizado muchos restos del departamento de Plástica que no les servían)
— Material de dibujo (regla, escuadra, cartabón, compás)
— Tijeras
— Pegamento o cinta de doble cara
— Paneles de cartón pluma para realizar la composición final

Se explica en clase que van a convertirse en artistas del suprematismo y se detallan las características que debe cumplir su obra de arte. Durante este curso, han sido las siguientes:

Construcción de las figuras

— Cada miembro del grupo dibujará un círculo, una corona circular, un triángulo, un cuadrado, un rectángulo, un rombo, un trapecio, un paralelogramo (que no sea ni cuadrado, ni rectángulo, ni rombo) y dos polígonos regulares de 5 o más lados.

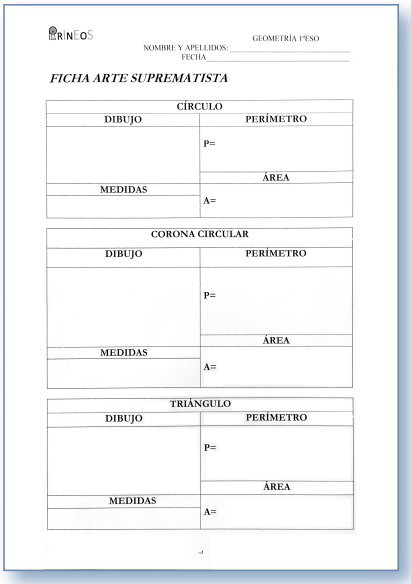
— En la parte de atrás de cada una de las figuras deberán escribirse las medidas necesarias para calcular el perímetro y el área de la misma.
— Se rellenará la ficha calculando el perímetro y el área de cada una de las figuras construidas.

Construcción de la obra

— El área de todas las figuras que aparezcan en la obra no puede ser inferior a 27 dm^2 ni superior a 30 dm^2. Cada grupo seleccionará las figuras que compondrán el cuadro y, dejando volar su imaginación, creará su obra de arte suprematista.

Llevamos a cabo estas sesiones en la biblioteca del centro porque, además de disponer de mesas más grandes, creemos que el cambio del aula habitual por un lugar de trabajo diferente, hace que los estudiantes respondan mejor.

En esta ocasión, hemos guiado mucho el trabajo de cada sesión porque, como ya hemos comentado antes, el inicio de esta fase durante este curso ha sido bastante complicado ya que el alumnado no estaba habituado a trabajar en grupos. Así, durante cada sesión debían dibujar las figuras pautadas, recortarlas, anotar detrás de cada una de ellas las medidas necesarias para calcular su área y posteriormente, tras poner la fórmula general para el cálculo de dicha área, anotar los datos en el dibujo que hacían en las fichas adjuntas y calcular el área y el perímetro.

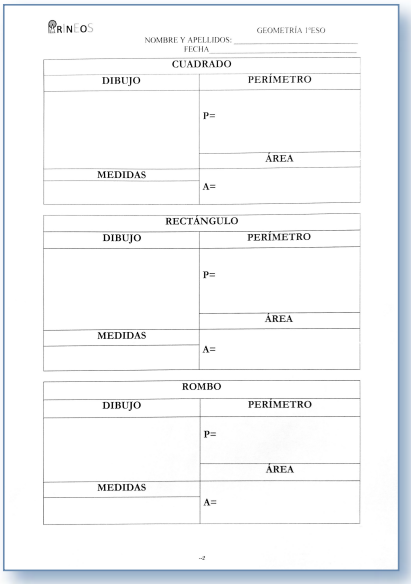

RINEOS GEOMETRÍA 1ºESO
NOMBRE Y APELLIDOS: _____
FECHA _____

FICHA ARTE SUPREMATISTA

CÍRCULO	
DIBUJO	PERÍMETRO
	P=
	ÁREA
MEDIDAS	A=

CORONA CIRCULAR	
DIBUJO	PERÍMETRO
	P=
	ÁREA
MEDIDAS	A=

TRIÁNGULO	
DIBUJO	PERÍMETRO
	P=
	ÁREA
MEDIDAS	A=


RINEOS GEOMETRÍA 1ºESO
NOMBRE Y APELLIDOS: _____
FECHA _____

CUADRADO	
DIBUJO	PERÍMETRO
	P=
	ÁREA
MEDIDAS	A=

RECTÁNGULO	
DIBUJO	PERÍMETRO
	P=
	ÁREA
MEDIDAS	A=

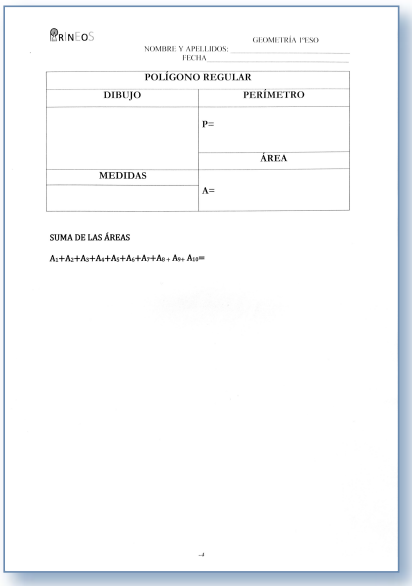
ROMBO	
DIBUJO	PERÍMETRO
	P=
	ÁREA
MEDIDAS	A=

RINEOS GEOMETRÍA 1ºESO
NOMBRE Y APELLIDOS: _____
FECHA _____

PARALELOGRAMO (que no sea ni cuadrado, ni rectángulo ni rombo)	
DIBUJO	PERÍMETRO
	P=
	ÁREA
MEDIDAS	A=

TRAPECIO	
DIBUJO	PERÍMETRO
	P=
	ÁREA
MEDIDAS	A=

POLÍGONO REGULAR	
DIBUJO	PERÍMETRO
	P=
	ÁREA
MEDIDAS	A=


RINEOS GEOMETRÍA 1ºESO
NOMBRE Y APELLIDOS: _____
FECHA _____

POLÍGONO REGULAR	
DIBUJO	PERÍMETRO
	P=
	ÁREA
MEDIDAS	A=

SUMA DE LAS ÁREAS

$A_1+A_2+A_3+A_4+A_5+A_6+A_7+A_8+A_{9+}A_{10}=$

El proceso para cada figura es muy sencillo, pongamos que tienen que dibujar un rectángulo.

— Cada estudiante elige un color y dibuja el rectángulo.
Se les recuerdan las técnicas básicas de dibujo necesarias para cada figura. Aunque se han trabajado en las fichas durante el curso y han aprendido en Plástica a dibujar figuras geométricas (tradicionalmente forma parte de la programación de Plástica de 1.º de ESO aunque este curso el departamento de Plástica decidió que lo trabajaría en 2.º de ESO porque no veían la madurez necesaria en el alumnado), vemos muchas dificultades en este paso, mal manejo del material de dibujo y, por lo general, poca autoexigencia con la perfección de las figuras construidas.
Se insiste en que aprovechen bien la cartulina y en que los hagan de distintos tamaños y proporciones, su tendencia natural es a hacerlos todo el grupo semejantes e incluso del mismo tamaño. Les recordamos que el objetivo final es la creación de un cuadro y que estaría bien que tuvieran de muy distintos tamaños, formas y colores para elegir después los que mejor les encajen.

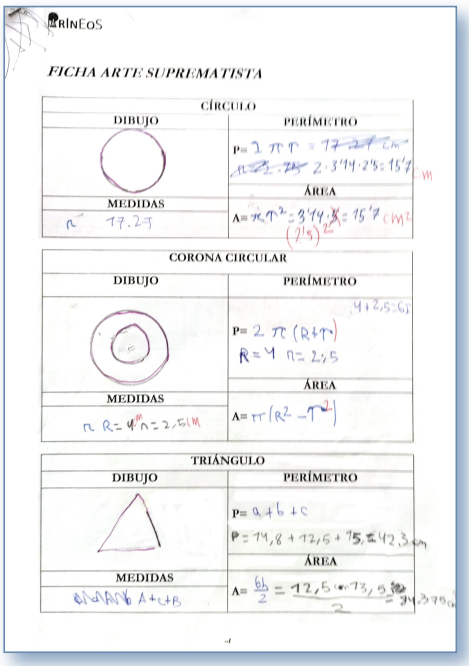
— Después lo recortan. Este paso que a priori debería ser muy sencillo, también ha resultado bastante caótico. Pocos estudiantes manejan a la perfección las tijeras y entienden que tiene que estar «bien recortado».

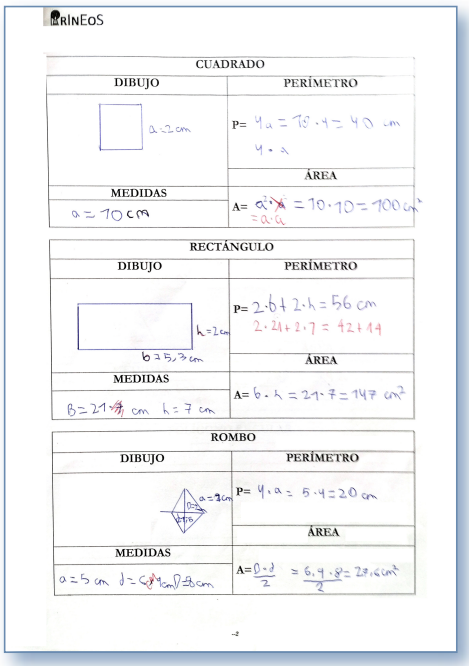
— Seguidamente toman las medidas que necesiten para calcular el área, en caso del rectángulo miden la base y la altura (sigue habiendo estudiantes que no saben medir con la regla) y las anotan claramente en la parte posterior del rectángulo utilizado.

— Por último, en la casilla correspondiente de la ficha, dibujan un rectángulo, ponen las medidas necesarias, la fórmula general utilizada para calcular el área del rectángulo $A = b \cdot h$, sustituyen debajo los datos y calculan el área correspondiente con la calculadora (sabemos que les gusta mucho usarla, pero en muchos casos no saben cómo). También calculan el perímetro del rectángulo. Hacer hincapié en el correcto uso de las unidades.

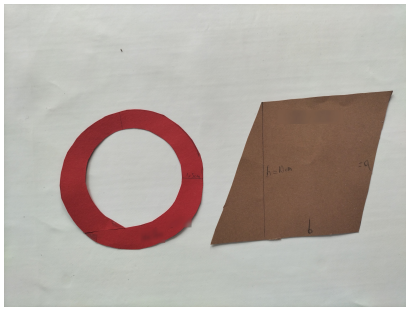
El número medio de figuras por sesión es de tres. Al final de cada una, el alumnado guarda todo en su carpeta y las recogemos nosotras. Para la siguiente sesión tenían la ficha y las figuras corregidas.

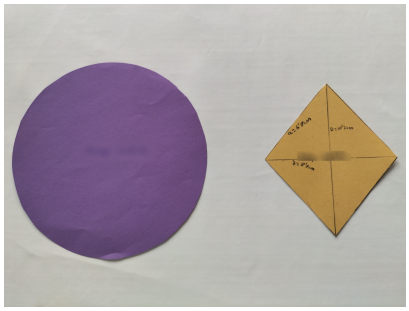
En la primera sesión, la mayoría de estudiantes hizo los dibujos a mano alzada y no puso ni la fórmula ni las medidas para calcular el área y el perímetro, únicamente el resultado sin unidades. A medida que fuimos avanzando en las diferentes sesiones hubo una mejoría notable. Comenzaron a organizase mejor, usaban la regla y el compás para dibujar las figuras, anotaban las medidas y las unidades y escribían y aplicaban cada una de las fórmulas para calcular el área y el perímetro.

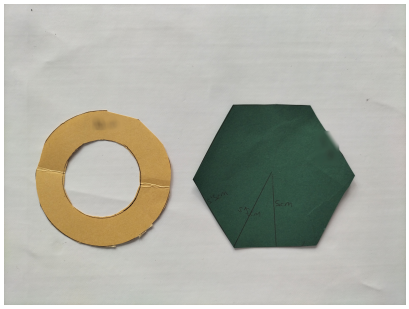


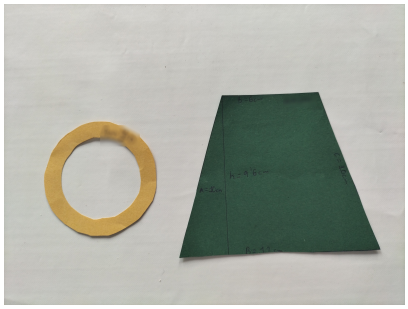


Aunque a parte del alumnado el proceso de construcción de las figuras le resultó complicado, la mayoría mejoró mucho a la hora de dibujar y recortar las figuras. En la tercera sesión todavía algunos estudiantes seguían sin poner las medidas necesarias para calcular el área y el perímetro en la parte trasera, pero a partir de allí ya comenzaron a hacerlo de manera generalizada.









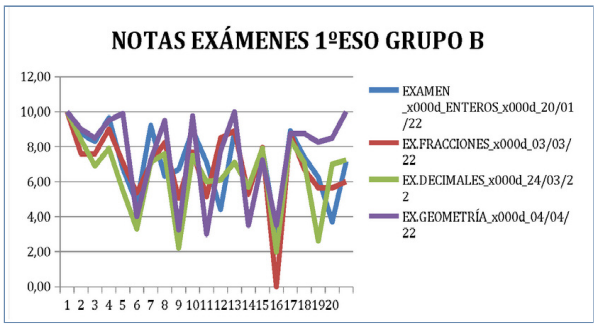
En la última sesión cada grupo dispuso de un panel de cartón pluma para crear su obra (la primera vez lo hicimos en cartulina, pero de esta manera nos parece que le damos un toque «más artístico», es un cuadro y no un «trabajito»). Antes de pegar las figuras hicieron la composición y calcularon la suma de todas las áreas para cerciorarse de que cumplía las condiciones requeridas. En caso de no ser así, cambiaron algunas figuras por otras (tenían suficientes figuras para ello).

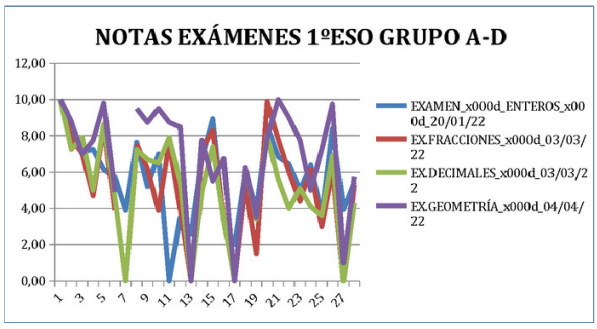
Exposición de los cuadros realizados durante la Semana Matemática del centro

Exponemos todos los cuadros durante la Semana Matemática, lo que motiva y enorgullece a los autores y autoras de los mismos. Puede ser visitada en hora de clase con el alumnado de 1.º y 2.º ESO para realizar actividades. Por ejemplo, distribuidos en grupos, calcular la cantidad de cartulina azul empleada para la realización de un cuadro concreto, o la superficie de cartulina usada para construir todos los cuadriláteros que aparecen en una determinada obra.

Conclusiones

Este sencillo proyecto resulta muy motivador para el alumnado en general y ha resultado un éxito para los estudiantes con más dificultades, para los más disruptivos e incluso para aquellos que se niegan a seguir las clases habitualmente. Además, después de la realización del cuadro, las calificaciones que obtuvieron en el apartado de geometría de las pruebas escritas, fue superior a la media que tenían anteriormente (ver las gráficas de la 2.ª evaluación adjuntas). A la vista de todo lo anterior, nuestra intención es repetir el proyecto en futuros cursos escolares.





Cole. ggbb #17

Números para contar

por

Ana Isabel Blasco Nuño, Carmen Soguero Pamplona y Ricardo Alonso Liarte

(CEIP Ricardo Mallén, Calamocha; Universidad de Zaragoza, Teruel;

IES Salvador Victoria, Monreal del Campo)

Los distintos currículos de Educación Infantil que se han venido aplicando con las diferentes leyes educativas consideran, de un modo u otro, la iniciación al uso de los números como un contenido a tener en cuenta en esta etapa. Se ha pecado, incluso, de un excesivo afán por adelantar el aprendizaje de los mismos, reduciéndolo a la lectura y escritura de las cifras junto con un primer acercamiento a los conteos.

La ya casi obsoleta *Orden de 28 de marzo de 2008, del Departamento de Educación, Cultura y Deporte, por la que se aprueba el currículo de la Educación infantil y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón*, en su introducción ya apunta a la necesidad de aproximar al alumnado del segundo ciclo a las experiencias en habilidades numéricas básicas. Esta normativa, entre los contenidos del área Conocimiento del Entorno, contempla la aproximación a la serie numérica y su utilización oral para contar, la observación y toma de conciencia de la funcionalidad de los números en la vida cotidiana y la representación gráfica de la cuantificación mediante códigos convencionales y no convencionales. En cualquier caso se incide notablemente en la conveniencia de comprender el significado del número, antes de abordar su lectura y su escritura.

Cuando se planifica la enseñanza de los números, conviene revisar las necesidades sociales que subyacen a su origen, ya que son las mismas necesidades que el niño va a ir encontrando en el contexto en el que vive. Los números naturales surgen como la respuesta a cuatro necesidades ligadas al desarrollo de las sociedades primitivas: contar, ordenar, medir e identificar. En este último caso, los números se utilizan como código, de manera que su significado no es estrictamente matemático. En cuanto a la medida, si bien se introduce en esta etapa de forma manipulativa y a partir de unidades arbitrarias, previamente el alumnado deberá tener ciertas nociones sobre los números que le permitan poner en marcha la técnica de medir. Así pues, la iniciación al manejo de los números vendrá de la mano de la cuantificación y ordenación de colecciones.

Como ya hemos comentado, es preferible que el aprendizaje del significado numérico con el uso oral, preceda al aprendizaje de la lectura y escritura de las cifras, ya que, en caso contrario, los niños no verán en estas más que meros dibujos, y pueden surgir problemas al asociarlos, más adelante, con su significado, ya sea cardinal u ordinal.

Como es habitual, asumimos la prioridad del material manipulativo para el trabajo con estos contenidos. Sin embargo, la utilización de la pizarra digital interactiva con las aplicaciones adecuadas puede apoyar a estos últimos, facilitando las actividades grupales y proporcionando una alternativa a aquellos materiales que no están directamente disponibles en el aula.

En esta ocasión, nuestra propuesta de actividades GeoGebra plantea el aprendizaje de los números con significado de cardinales y ordinales desde la oralidad, aunque introduciendo ya la lectura de los números, el reconocimiento de las cifras, y, en algunas aplicaciones, la escritura de estas.

Nuestro listado de recursos incluye actividades que permiten abordar los números con el significado de cardinal, normalmente a partir de recuentos de los elementos de una colección, y otras que lo hacen con el significado de ordinal, a partir de una colección ordenada. Además, en este grupo encontraremos tanto actividades de cálculo como de construcción. En las primeras, más sencillas, al niño se le ofrece un conjunto y se le pregunta cuántos elementos tiene (si trabajamos con cardinales) o qué lugar ocupa un elemento en particular (si se trata de ordinales en un conjunto ordenado). En las de construcción, dado un número, el niño tendrá que construir un conjunto que tenga ese cardinal o colocar un elemento en esa posición. Esto tiene mayor dificultad que las actividades de cálculo pues, durante el recuento, el niño no cuenta hasta el final de su conjunto, sino que debe de estar pendiente de si llega al número que se le ha indicado.

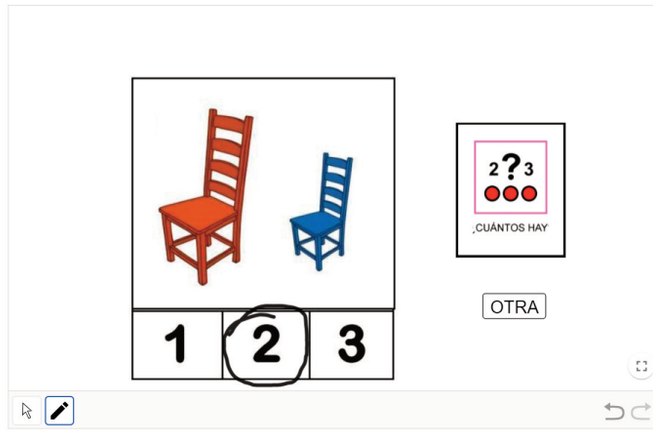
A continuación detallamos las aplicaciones, todas ellas disponibles libremente en el libro de GeoGebra *Números para contar*.

Actividades de recuento de cardinales

Ricitos de Oro: ¿cuántos hay?

Esta actividad forma parte de un libro GeoGebra sobre el conocido cuento.

En ella aparecen varios elementos del mismo tipo dentro de un marco y el alumnado debe realizar el recuento para averiguar el cardinal. Por lo tanto, se trata de una situación de cálculo. Por su sencillez, es una actividad de iniciación al recuento, ya que el cardinal del conjunto oscila entre 1 y 3 elementos. Los niños pueden dar el resultado de forma oral o rodeando la cifra correspondiente. La escena cuenta con pictogramas para orientar en la realización de la actividad.



¿Cuántos huevos hay?

La actividad presenta una granja y como animal central una gallina sobre el ponedero. Al hacer clic en la misma, la gallina se retira y muestra los huevos que ha puesto, que pueden variar en número desde el 1 hasta el 5.

A la derecha de la imagen, aparecen las grafías punteadas de los números 1, 2, 3, 4 y 5.

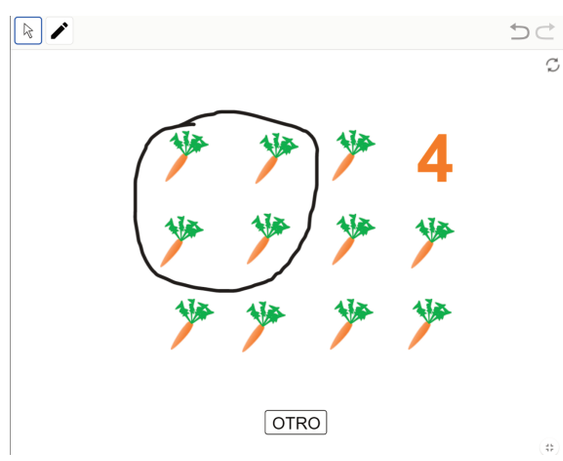
Este *applet* propone la puesta en práctica del conteo mediante la técnica auxiliar de mover los elementos ya contados para separarlos de los elementos por contar, es decir, se pueden ayudar moviendo cada uno de los huevos a los números situados a la derecha siguiendo el orden ascendente. Después pueden repasar la grafía del número.

Por lo tanto, estamos trabajando una actividad de recuento de cardinales, concretamente de cálculo. Pero al mismo tiempo se practica con la escritura de los números mediante el trazado de sus cifras.

Rodea las zanahorias

La aplicación muestra un total de once zanahorias en una configuración geométrica de cuadrícula, y una cifra escrita que está entre el 1 y el 10, ambos incluidos. Los niños deben interpretar esa cifra como el cardinal del conjunto de zanahorias que deben construir rodeándolas con la herramienta lápiz. Presionando el botón OTRO, la cifra cambia.

En este caso, estamos trabajando de nuevo el recuento de cardinales, pero en esta ocasión mediante una actividad de construcción, que les resulta más compleja de resolver, ya que no solo deben contar sino también saber en qué momento tienen que parar ese conteo. Además, tenemos una situación de reconocimiento y lectura de las cifras.



Contar frutas

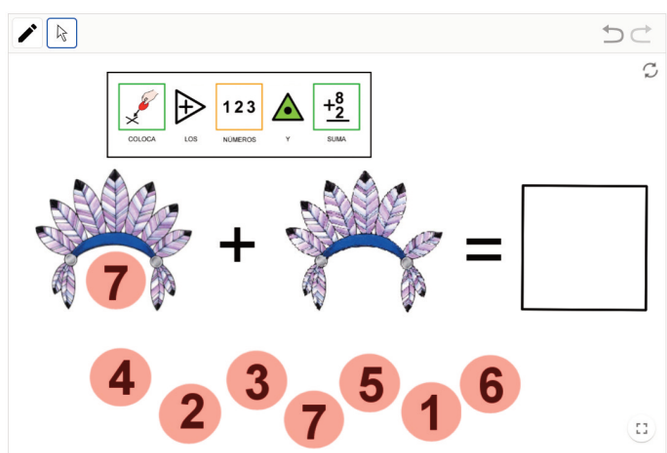
Esta actividad presenta una instrucciones en la parte superior, que indican lo que hay que hacer. Estas instrucciones vienen dadas mediante pictogramas (obtenidos de ARAASAC) que pueden ser interpretados también por niños con dificultades de lectoescritua.

Estos pictogramas proponen a los alumnos que coloquen en el árbol el número de peras o manzanas que indica la mano. Lo harán arrastrando los dibujos hasta la fronda del árbol. El tipo de fruta se elige pinchando sobre las imágenes de la parte de abajo.

Una vez colocadas, el alumno debe, con la herramienta del lápiz, escribir el número y/o su nombre en el recuadro que contiene el pictograma de escritura.

Si analizamos el tipo de actividades realizadas, vemos que se trata de una situación de recuento de cardinales, de construcción, ya que se les da el cardinal del conjunto de frutas que deben formar. La manera de dar ese cardinal, mediante el pictograma de una mano con los dedos levantados, incide en el significado del número, representándolo de un modo alternativo a la grafía de las cifras. Finalmente, si el niño las traza, tendremos una situación de escritura.

¿Cuántas plumas hay?



Este recurso utiliza penachos de plumas incompletos, del tipo del que se usan para los disfraces de indios. En la escena aparecen dos, con el símbolo de la suma entre ellos. La actividad consiste en que el alumnado cuente el número de plumas que hay en cada uno y coloque, arrastrándola, la etiqueta con la cifra correspondiente bajo ellos. El número de plumas de cada uno está entre 1 y 7, de modo que el resultado de la suma está entre 2 y 14. A la izquierda aparece un recuadro para escribir con la herramienta LÁPIZ el resultado.

La actividad nos lleva a la iniciación a la suma a partir de recuentos, en este caso mediante la técnica de recuento de todo: los niños «reúnen» todas las plumas y realizan de nuevo el recuento del total, para conocer el resultado de la operación. Además nos permite una iniciación a la simbología de las sumas formales, ya que introduce signos como «+» e «=».

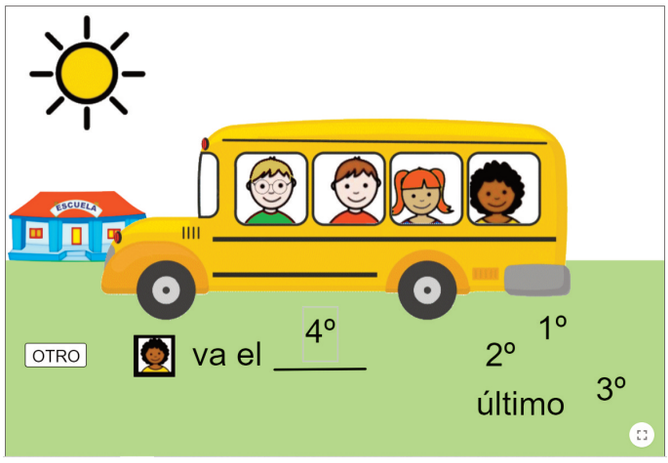
No obstante, aunque alcanza en el resultado valores hasta el 14, no supone una introducción al significado de la decena.

También supone una situación de escritura ya que el alumnado traza las cifras que corresponden al resultado.

Actividades de recuento de ordinales

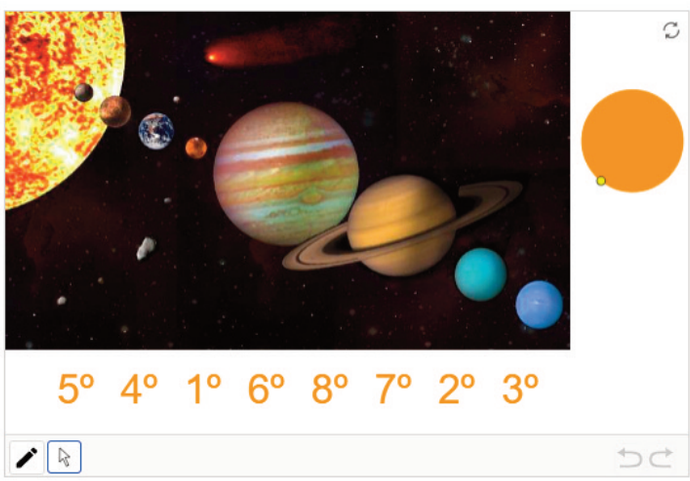
¿En qué orden está?

La escena presenta un autobús escolar en el que viajan cuatro niños. La actividad consiste en arrastrar el ordinal del puesto que ocupa el niño cuyo rostro aparece en la parte de abajo. Se trata de una sencilla aplicación para trabajar los números del 1 al 4 con significado de ordinales, introduciendo a la vez la grafía ordinal. Hay, pues, una situación de recuento, de cálculo, ya que les damos un conjunto ordenado (los niños van en el autobús del cual se ve claramente la parte de delante) y les preguntamos por el lugar que ocupa un elemento del mismo. También se dispone de la palabra «último» por si se quieren trabajar los conceptos de primero y último.



Ordena los planetas

En este recurso aparece una imagen de los planetas del sistema solar ordenados según su distancia al sol (no a escala). Esta imagen es fija. Bajo ella, tenemos los ordinales del 1.º al 8.º que los niños deben arrastrar bajo los planetas para ordenarlos según el criterio que indique la profesora. El más habitual será el de la distancia al sol (de menor a mayor) pero también se puede trabajar de mayor a menor o recurrir a los tamaños como criterio de ordenación. Es interesante que los niños vean que el cardinal que corresponde a un planeta depende del criterio elegido para hacer la ordenación. Hasta aquí tendríamos situaciones de cálculo, pues se debe ordenar todo el conjunto. Sin embargo, si hacemos uso del disco naranja, podemos convertir la actividad en una situación de construcción, ya que, fijado un criterio de ordenación, podemos plantear cuestiones al estilo de «coloca el disco naranja sobre el 3.º planeta». Además el tamaño de este disco se puede cambiar, adaptándolo al del planeta que se quiere marcar.



Actividades como las de esta selección apoyan el aprendizaje del significado de los números como cardinales y como ordinales. De forma paralela a este proceso, es imprescindible iniciar a los alumnos en la memorización y el uso de la secuencia numérica, tanto oralmente, con las palabras numéricas, como en la escritura de las cifras. Para ello también nos pueden ayudar las actividades realizadas con GeoGebra. Pero eso queda para otra ocación.

Referencias bibliográficas

Orden de 10 de marzo por la que se aprueba el currículo de la Educación Infantil (2008), Departamento de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Aragón, BOA del 14-04-2008.

Tomás Ariño y Sancho. En memoria de un matemático de la España vaciada

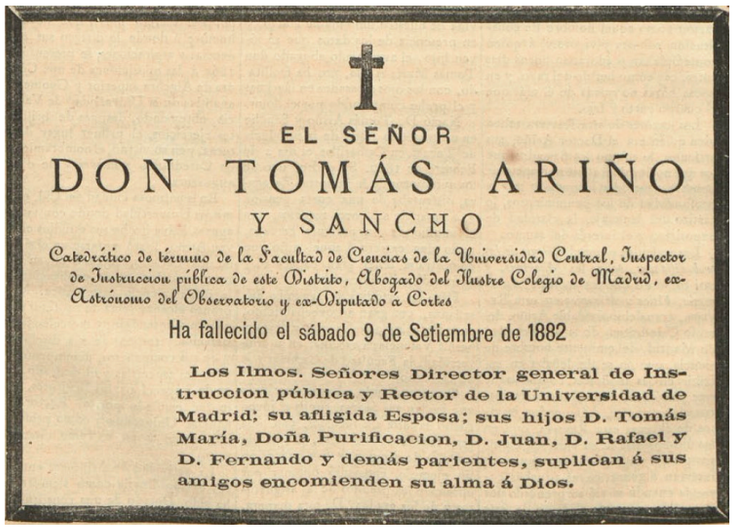
por
Antonio M. Oller Marcén
(Centro Universitario de la Defensa de Zaragoza)

El viernes día 9 de julio de 1909, el *Diario de la Mancha* (publicado en Ciudad Real) incluía en su primera página un retrato algo borroso, que incluimos aquí, y una muy elogiosa semblanza biográfica del catedrático turolense Tomás Ariño y Sancho.

Esto no es particularmente extraordinario, salvo por el hecho de que Ariño, nacido en Camarillas, llevaba muerto para entonces ya casi 30 años. El paso del tiempo es inexorable y actualmente el nombre de Tomás Ariño y Sancho resulta casi completamente desconocido. Sin embargo, se trató de una figura lo suficientemente relevante como para que la efeméride de su fallecimiento fuera recordada, bastante tiempo después de suceder, en una región con la que aparentemente no tuvo relación directa durante su vida. Este 2022, cuando se cumplen 140 años de su fallecimiento, puede ser un buen momento para rescatar su figura del olvido, aunque sea levemente.

Ariño nació el 2 de febrero de 1827 en Camarillas, un pequeño pueblo de la provincia de Teruel. En el censo de 1857 (disponible en la *web* del INE) se registra una población de 963 habitantes. Actualmente Camarillas cuenta con menos de 90 habitantes. Su padre, Juan Ariño, fue sargento de un batallón de voluntarios durante los dos sitios de Zaragoza. Sobrevivió y fue condecorado (con pensión) por su participación en la batalla de Las Eras. Ariño cursó la segunda enseñanza en los Escolapios de Daroca y, posteriormente, estudió en la Universidad de Valencia. Allí, con ciertas penurias económicas, se licenció en Ciencias Físico-Matemáticas (1852) y en Derecho (1856), y se doctoró en Ciencias (1855).

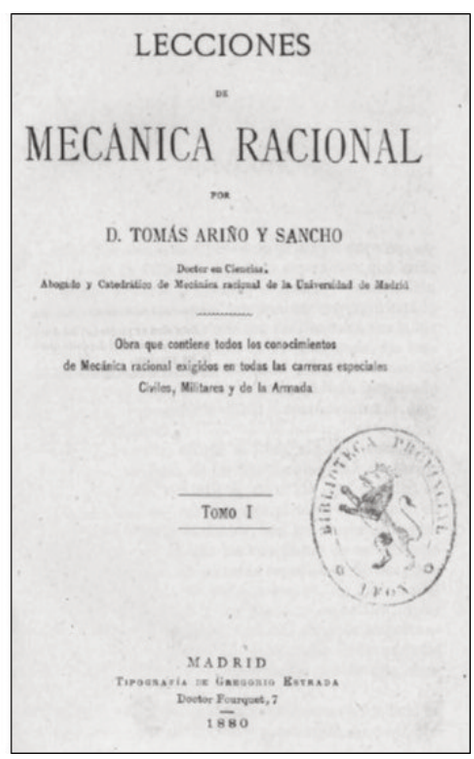
Antes de concluir sus estudios fue profesor auxiliar en el Instituto de Valencia y, una vez licenciado, profesor de la Escuela Industrial. Ganó por oposición un puesto de ayudante en el Observatorio de Madrid y, en 1862, regresó a Valencia al obtener la Cátedra de Álgebra y Geometría Analítica en esa universidad. Desde 1871 fue catedrático de Mecánica Racional en la Universidad Central de Madrid. En marzo de 1882 resultó elegido como inspector de Instrucción Pública del distrito universitario de Madrid, cargo que apenas pudo desempeñar puesto que la muerte le sobrevino inesperadamente el 9 de septiembre de 1882.


EL SEÑOR
DON TOMÁS ARIÑO
Y SANCHO
Catedrático de término de la Facultad de Ciencias de la Universidad Central, Inspector de Instruccion pública de este Distrito, Abogado del Ilustre Colegio de Madrid, ex-Astrónomo del Observatorio y ex-Diputado á Córtes
Ha fallecido el sábado 9 de Setiembre de 1882
Los Ilmos. Señores Director general de Instruccion pública y Rector de la Universidad de Madrid; su afligida Esposa; sus hijos D. Tomás María, Doña Purificacion, D. Juan, D. Rafael y D. Fernando y demás parientes, suplican á sus amigos encomienden su alma á Dios.

En 1880 publicó en dos tomos unas *Lecciones de Mecánica Racional*, probablemente fruto de su labor docente en la Universidad Central. Además, dentro de la denominada Biblioteca Enciclopédica Popular Ilustrada, publicó sendos manuales de *Mecánica Popular* y de *Mecánica Aplicada a Fluidos*. En el momento de su muerte estaba preparando otro sobre *Mecánica de Sólidos* que no vio la luz.

Biblioteca Enciclopédica Popular Ilustrada
Seccion 3.ª—Conocimientos utiles
MANUAL
DE
MECÁNICA APLICADA
FLUIDOS
POR
D. TOMÁS ARIÑO Y SANCHO
Catedrático de Mecánica
de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid
MADRID
DIRECCION Y ADMINISTRACION
Doctor Fourquet, 7

MANUAL
DE
MECÁNICA POPULAR
POR
D. TOMÁS ARIÑO
Catedrático de Mecánica
de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid
MADRID
DIRECCION Y ADMINISTRACION
Doctor Fourquet, 7


LECCIONES
DE
MECÁNICA RACIONAL
POR
D. TOMÁS ARIÑO Y SANCHO
Doctor en Ciencias,
Abogado y Catedrático de Mecánica racional de la Universidad de Madrid
Obra que contiene todos los conocimientos
de Mecánica racional exigidos en todas las carreras especiales
Civiles, Militares y de la Armada
Tomo I
MADRID
Tipografía de Gregorio Estrada
Doctor Fourquet, 7
1880

Sus *Lecciones de Mecánica Racional* le sirvieron para obtener el grado de catedrático de término (el más alto del escalafón en la época) y parece ser que iba a ser propuesto como académico de la Real Academia de Ciencias Físicas Exactas y Naturales. Al margen del mérito científico de sus *Lecciones de Mecánica Racional*, nos parece especialmente relevante la naturaleza de sus otras dos obras. No es casual que estas se publicaran dentro de una colección titulada Biblioteca Enciclopédica Popular Ilustrada y, de hecho, Ariño fue también un asiduo colaborador (sin firma) de la *Revista Popular de Conocimientos Útiles*. Con ello, en palabras de la necrológica publicada en dicha revista, Ariño prestaba «un gran servicio a la clase popular y a los obreros ilustrados, que buscan en estos libros lo que no pueden encontrar en las obras extensas escritas para los hombres de ciencia». Hay que tener en cuenta que el acceso a la educación media y superior seguía siendo difícil y, aunque la Ilustración quedaba ya atrás en el tiempo, sus ideales estaban plenamente vigentes. Como ejemplo paradigmático de las ideas que llevaban a Ariño a colaborar en estas publicaciones, transcribimos un fragmento de una serie de artículos publicados en la *Revista Popular de Conocimientos Útiles* sobre probabilidad. El mensaje que transmite está plenamente vigente en la actualidad:

> Para que las clases populares, a las que en primer término va dirigida nuestra revista, puedan formar un juicio exacto de la probabilidad que tienen de perder o ganar en el juego de la lotería, en el sinnúmero de rifas, y en los demás juegos que absorben todos sus ahorros, y se inclinen a guardarlos y a formar con ellos pequeños capitales, imponiéndolos en las cajas de ahorros, vamos a dar unas nociones del cálculo de las probabilidades, que aplicaremos después a calcular la probabilidad en cada uno de los juegos, con la cual podremos apreciar la moralidad o inmoralidad de cada uno de ellos.

Es probable que la base de esta preocupación social se encuentre en los orígenes humildes de Ariño, que tuvo que recurrir a la ayuda de un familiar para acceder a la segunda enseñanza y, por ejemplo, a impartir clases de repaso para costear su carrera universitaria. Tampoco es descartable que estos antecedentes expliquen que durante toda su vida compaginara la labor universitaria con el ejercicio de la abogacía, o sus inquietudes políticas, que le llevaron a ser diputado en las elecciones del 24 de agosto de 1872.

Ariño militó en el Partido Demócrata-Radical, considerado de ideología liberal y progresista. Presidido por Manuel Ruiz Zorrilla, era el partido en el gobierno al proclamarse la breve Primera República Española en 1873. Ariño resultó elegido por el distrito de Montalbán pero, en todo caso, su presencia en Cortes fue breve, desde septiembre de 1872 hasta marzo de 1873. Pese a esta breve estancia, parece ser que jugó un papel relevante en la creación de la línea de ferrocarril Calatayud-Teruel-Sagunto-Valencia. Además, queda registro en el diario de sesiones de diversas intervenciones suyas. La siguiente, por ejemplo, corresponde a un debate del día 28 de enero de 1873:

> Yo para decir esto he tenido en cuenta la ley económica de que el precio es proporcional a la demanda y está en razón inversa de la oferta y como […] se duplicaría la mercancía y el precio se reduce a la mitad […] porque fundado en la ley económica de que el precio está en razón inversa de la oferta, ofreciéndose doble cantidad, el precio […] se reduciría a la mitad, y aunque las leyes económicas no son exactas en sentido matemático, sin embargo son bastante aproximadas a la verdad.

Resulta interesante observar el modo en que la formación matemática de Ariño se refleja claramente en un discurso que, además, iba dirigido al entonces ministro de Hacienda, el también matemático José Echegaray. Ignoramos si se han producido en algún momento de la historia de España más debates entre dos matemáticos en el Congreso.

Tomás Ariño y Sancho, pese a tratarse de una figura poco conocida y cuya relevancia es posiblemente limitada, ejemplifica algunos valores que pensamos que merecen ser reivindicados. El primero está relacionado con el imperativo de que aquellos que hemos tenido la posibilidad de obtener una formación superior, hagamos lo posible para tratar de revertirla a la sociedad. El conocimiento adquirido no puede quedar para uno mismo, tampoco debe transmitirse solo en círculos académicos. El segundo tiene que ver con la interconexión de las distintas esferas de la sociedad. Como científicos, o académicos, resulta tentador mantenerse en ese ámbito. Abandonarlo para tratar de llevar a cabo acciones cuyo resultado pueda suponer, en algún sentido, una mejora de la vida de nuestros semejantes merece un reconocimiento.

En cualquier caso, ambas tareas ofrecían poco rédito en vida de Ariño (posiblemente siga siendo así). La necrológica aparecida en la revista *Turia* el 15 de septiembre de 1882 acaba con unas pesimistas palabras: «El Sr. Ariño ha muerto pobre, como todos los sabios, dejando una numerosa familia, a quien enviamos nuestro más sentido pésame». En la ya citada *Revista Popular de Conocimientos Útiles* se elaboraba un poco más esta idea:

> Aquí, donde las demostraciones públicas y oficiales son tan frecuentes y ruidosas a nuestros grandes artistas, a nuestros poetas, a nuestros oradores […] nada hacemos por nuestros hombres de ciencia. Mueren, como Ariño, reconociéndose por muy pocos su mérito y su valer y sus grandes servicios […] sin que la patria haga algo por ellos, aunque no fuera más que para que sirva de estímulo a la juventud que se dedica al cultivo de las ciencias, de que tanto necesita España.

El fatalismo que se transpira en ambos fragmentos es un rasgo español casi arquetípico. Nos gustaría oponernos al mismo, pero la actualidad de estas palabras casi 150 años después de publicadas nos hace dudar. Sea como sea, figuras como la de Ariño, y otros, muestran que con ayuda, esfuerzo, y trabajo, es posible alcanzar metas importantes y que, al hacerlo, no deben olvidarse los orígenes.

En este breve recordatorio nos hemos tenido que conformar con presentar algunas pinceladas borrosas y sin detalle (como el retrato presentado al inicio) sobre la vida de Tomás Ariño. Justo es, pues, que lo cerremos con un grabado que nos permita apreciar claramente las facciones de la persona de quien hemos estado hablando.

Director: Ricardo Alonso Liarte (IES Salvador Victoria, Monreal del Campo)

Consejo de Redacción: Alberto Elduque Palomo (Departamento de matemáticas de la Universidad de Zaragoza), M.ª Ángeles Esteban Polo (CEIP Josefa Amar y Borbón, Zaragoza), Julio Sancho Rocher (IES Avempace, Zaragoza).

Entorno Abierto es una publicación digital bimestral que se edita en Zaragoza por la Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas. *Entorno Abierto* no se identifica necesariamente con las opiniones vertidas en las colaboraciones firmadas.

Envío de colaboraciones a <sapmciruelos@gmail.com>

Blog: <http://sapmatematicas.blogspot.com.es/>

Twitter: @SAPMciruelos

Mayo de 2022
ISSN: 2386-8821e

BY NC SA